LA INDUCCION EN LAS CIENCIAS DEDUCTIVAS

José Joaquín Trejos Fernández

I

INTRODUCCION

El presente trabajo tiene por objeto poner de relieve el papel principal que cumple la inducción en las ciencias deductivas y es un ensayo que tiende a mostrar cómo el método que emplean estas ciencias es inherente al pensamiento humano. Tiene, así, el propósito de mostrar de qué manera los caminos del pensamiento aparecen iguales, ya sean transitados por el hombre en su vida diaria o por el científico que trata de explicarse los fenómenos de la naturaleza, de la vida o de la conducta. Por lo dicho podrá verse que el tema a tratar está bien lejos de ser nuevo. Sin embargo, el problema del conocimiento ha sido planteado, en lo que va del presente siglo, sobre una nueva base, después de que fueron añadidos al haber de nuestra cultura algunos descubrimientos científicos fundamentales. El tema, por otra parte, debe adquirir en nuestros días un interés renovado dada la repercusión que tiene sobre la enseñanza de las ciencias, cuyo objeto y métodos habrán de revisarse a la luz de los adelantos técnicos logrados, aún más recientemente, como consecuencia de aquellos descubrimientos; y a la luz, asimismo, de las implicaciones de unos y otros sobre el modo de vida de nuestra generación y de las que le sucedan.

La forma de tratar ese tema podrá parecer un tanto ingenua, tratando de explicar y repetir conceptos quizás muy bien conocidos o elementales; es así, principalmente porque no se dirige a los especialistas, ni de la filosofía ni a los de algún campo particular de la ciencia.

Para nuestro propósito será necesario que nos detengamos a examinar, tan sucintamente como sea posible, el método de investigación de las ciencias deductivas, para lo cual, a su vez, debemos comenzar por distinguir el conocimiento científico de otros tipos de conocimiento. Luego trataremos de fijar más particularmente nuestra atención en los procesos de inducción y deducción, lo que nos obligará a una breve incursión en los dominios de la lógica y, entonces, a examinar el método de investigación en las matemáticas.

II

CIENCIAS DEDUCTIVAS

Quizás lo más característico del espíritu humano es su perenne inquietud por explicarse los hechos que ve acontecer. Son muy diversos los medios de que se ha servido el hombre para procurarse esa explicación, distinguibles en el estudio de la historia de las culturas o en el de las sociedades primitivas contemporáneas. Como quiera que sea, hay dos cosas que sobresalen a este respecto. Una es la creencia, tácita o explícita, de que los hechos que el hombre ve acontecer no se producen espontáneamente, sino que, detrás de cada uno hay una causa, sea ésta la voluntad de un ser sobrenatural u otra cualquiera. Otra es la inconformidad de aceptar pasivamente los hechos, sin tratar de influir sobre ellos, por los medios apropiados a las causas que atribuye a esos hechos.

El paso decisivo, que habrá de conducir a la civilización tal como la conocemos hoy, se da cuando el hombre advierte que, pese a todas sus complejidades, la realidad es susceptible de una representación racional; que se la puede representar mediante la construcción de modelos simplificados, que no sólo nos expliquen los fenómenos sino también nos puedan reproducir y, por tanto, nos permitan prever la forma de acontecer de un fenómeno real. No se requiere mucho esfuerzo para darse uno cuenta de cuán grande es el cambio que se ha operado en la humanidad, desde una época, en que, por ejemplo, los movimientos de los astros se figuran sometidos a fuerzas caprichosas, hasta la otra época en que los griegos ensayan sus primeros modelos, que les representen y expliquen no sólo las regularidades del movimiento del sol y las estrellas, sino, también, los desplazamientos complejos de aquellas otras estrellas, los planetas, cuyo nombre todavía hoy nos habla del carácter errático de sus movimientos.

"Comprendemos un fenómeno cuando, con nuestros conocimientos adquiridos, hubiéramos podido preverlo". (1). Esa etapa trascendental en el desenvolvimiento de la humanidad se inicia, pues, cuando el hombre descubre que puede usar sus facultades mentales para figurar modelos que le representen los fenómenos que acontecen a su derredor, de tal manera que pueda explicárselos, que pueda comprenderlos y, por lo tanto, preverlos. Al iniciarse esta etapa, nace la ciencia. Se sabe bien que no es posible señalar con precisión ni la época ni el lugar de tan trascendental acontecimiento, aunque sí conocemos la importancia decisiva de la contribución de los pueblos de la Grecia antigua durante el milenio que va, aproximadamente, del siglo VI° a. C. al IV° d. C.

Los caminos seguidos por el pensamiento para establecer y ampliar los conocimientos científicos, aunque transitados por los hombres de ciencia y estudiados por los filósofos, durante siglos, han podido ser examinados, como ya dijimos, durante los últimos cincuenta años mejor de lo que nunca fueron antes, con luz emanada principalmente de los nuevos planteamientos que resultaron para las matemáticas de un siglo a esta parte. Es preciso reconocer también que el método científico de investigación, en la forma pura como se le conoce hoy, no ha sido siempre empleado conscientemente al través del desarrollo de las ciencias; quizás no es empleado conscientemente hoy día en una mayoría de las investigaciones que se llevan a cabo. Pero, ese mismo hecho acusa

———

(1) PICARD, EMILE - *De la Science*, en *De la Méthode dans les sciences*, Paris, Alcan 1928 (p. 19).

que en ese método van involucrados procesos básicos del pensamiento, que son los que trataremos de destacar en el presente trabajo, según nos propusimos al comenzar.

Para nuestro propósito necesitamos clasificar, a grandes trazos, las ciencias. Empleamos y seguiremos empleando el término *ciencia* en su acepción corriente: "Cuerpo de doctrina metódicamente formado y ordenado, que constituye un ramo particular del saber humano"; esa es la definición de la Academia Española que aceptaremos porque es suficientemente clara para nuestras necesidades, aquí, a pesar del defecto lógico de definir *ciencia* mediante el término *doctrina*, que no es más simple. Para clasificar las ciencias podríamos emplear el siguiente concepto: "En sus relaciones con las matemáticas, toda ciencia pasa por las cuatro fases siguientes: *empírica* cuando se cuentan los hechos, *experimental* cuando se los mide, *analítica* cuando se los calcula, *axiomática*, en fin, cuando se los deduce (de premisas procedentes, entonces, de una meta-ciencia o de una logística). Durante el primer período, las matemáticas no juegan sino un papel mediocre, a lo sumo la aritmética, interviene. En física se enumeran los fluídos, en química los elementos, en biología las especies, en psicología las facultades del alma. Enseguida interviene la matemática en tanto que geometría y en tanto que álgebra. Se pasa de las enumeraciones a las fórmulas. Entonces nacen mecánica y astronomía; en física es la ley de Mariotte, en química se pesa y es Lavoisier, en biología es Malthus, en psicología es Fechner. La física, solamente, ha llegado en su conjunto a la tercera fase..." (2).

Ese párrafo del señor Queneau, útil porque nos adelanta una primera vista sobre las etapas diversas de desenvolvimiento de las disciplinas científicas, comporta una clasificación de las ciencias que, aunque simple, es excesiva para nuestro propósito. Interesados, como estamos, en examinar el método en las ciencias deductivas, nos basta considerar dos de sus cuatro fases. La fase empírica de un lado; y, de otro lado la que nos interesa y que genéricamente podemos llamar *deductiva*, en la cual incluiremos aquellas ciencias, o capítulos de una ciencia, en que se ha podido pasar de la etapa de la observación, recopilación y clasificación de datos, a la de formulación de leyes de carácter general.

III

PROCESO DE LAS CIENCIAS

En el proceso de las ciencias deductivas pueden distinguirse, al menos, tres etapas bien definidas.

Se inicia la primera de esas etapas en la experiencia y abarca la observación y medición, la recopilación y clasificación de los datos relativos a un fenómeno. En la segunda etapa se pasa de los hechos particulares observados, a formular, primero leyes de carácter general, que expliquen los fenómenos particulares observados, o teorías, más generales aun, de las cuales pueden deducirse aquellas leyes y también, por tanto, los hechos particulares de cuyo acontecer dan cuenta dichas leyes; tales leyes y teorías constituyen lo que hemos llamado "modelos" de la realidad observada. En la tercera y última etapa se vuelve a la observación y a la experiencia, a verificar las consecuencias de una ley o teoría y, entonces, o ésta recibe una nueva

----

(2) QUENEAU, RAYMOND - *La place des mathématiques dans la classification des sciences*, en *Les grandes courantes de la pensée mathematique*, presentées par F. LE. Lionnais, París, Cahiers du Sud, 1948, (p. 393).

confirmación en la realidad, o bien sufre una crisis, que va a determinar su modificación o que venga a ser sustituida por otra capaz de explicar mejor los fenómenos observados.

Al considerar este proceso en su totalidad, resulta claro que las ciencias tienen su raíz, su origen, en la experiencia y que a ella deben volver en consulta, una y otra vez; y resulta claro, también, el carácter provisional, tentativo, de las leyes y de las teorías científicas. Debemos ahora examinar más detenidamente esas etapas del proceso científico.

1a.: *Observación y medición. Los conceptos en las ciencias*

En grandes capítulos unas ciencias, en su totalidad otras, no han podido sobrepasar esta etapa que, para todas, es fundamental. Ello es debido a lo complejo de los fenómenos cuyo estudio constituye el objeto de tales ciencias, o a las dificultades que encuentran para efectuar medidas cuantitativas de ellos. En algunos casos los instrumentos de medición pueden ser imprecisos. Paradójicamente, por el contrario, en otros casos un adelanto en la precisión de las observaciones, con respecto al de la ciencia en cuestión, puede constituir un obstáculo que dificulte formular una ley. Porque, como ya se dijo, las leyes científicas son representaciones, más o menos simplificadas, de la realidad, de tal suerte que, si antes de haberse podido llegar a formular una ley o teoría, el acopio de datos que se posee es muy grande, puede resultar sumamente difícil encontrar el modelo que represente toda esa información. Podemos, para ilustrar este punto, pensar cuán difícil habría sido para Galileo hallar una ley que le representara las particularidades de la caída de los cuerpos pesantes, si sus instrumentos de medida le hubiesen revelado cada perturbación debida a la resistencia del aire; o cuán difícil habría sido a Kepler formular las leyes sobre el movimiento de los planetas, si sus instrumentos hubiesen sido capaces de medir las perturbaciones de ese movimiento debidas a la acción concurrente de los otros planetas y satélites del sistema solar.

Estrechamente ligados a las medidas que podamos efectuar, con respecto a un fenómeno observado, están los conceptos que introduce la ciencia. Algunos de ellos, difíciles de definir satisfactoriamente, como el concepto de masa en mecánica, son, no obstante, susceptibles de mediciones precisas, y esto último viene a facilitar la construcción del edificio científico. Otros, en cambio, quizás definibles en forma satisfactoria son, a pesar de ello, difíciles de medir; tal puede ser el caso, por ejemplo, de algunos conceptos de la economía, como los de *elasticidad* (de la oferta, de la demanda o del ingreso) o de propensión (al consumo, al ahorro).

En todo caso, en la elaboración de un concepto científico hay siempre un proceso de abstracción, de reconocimiento, en la diversidad, de propiedades comunes; "las distinciones, en las cuales abstraemos ciertos elementos para no retener sino algunos de ellos, forman una de las operaciones más esenciales que podamos hacer sobre nuestras experiencias y estas abstracciones nos conducen a los conceptos" (3). Esa abstracción, esencial en la formación de los conceptos científicos, nos pone ya en el camino de la segunda etapa del proceso científico, porque en el considerar aisladamente las cualidades de un objeto va involucrada una facultad de generalización. El profesor G. E. Barié, de la Universidad de Milán, se refirió muy acertadamente al papel de los conceptos en las ciencias, en el Congreso Internacional de Filosofía de

———

(3) PICARD, EMILE - Op. cit. (p. 15).

las Ciencias verificado en París en 1949. De él son las siguientes frases, que completan bien las apreciaciones anteriores:

"La ciencia es uno de los caminos por los cuales la actividad del espíritu se afirma como sustitución de la unidad a la multiplicidad de las comprobaciones empíricas" ... "Por la ciencia el hombre llega a un alto grado de síntesis y de libertad. De libertad también, porque él puede aventurarse, y lo hace continuamente, en las cuestiones que no dependen de los sentidos. La construcción del concepto no es solamente una unificación, sino que es también una conquista de la libertad porque el procedimiento mismo es la afirmación de una liberación, más y más grande, por encima del "esto, aquí, ahora" de las representaciones" (4).

2a.: *Establecimiento de las hipótesis, leyes y teorías*

La segunda de las etapas principales del proceso científico consiste en el paso de los hechos particulares observados, al establecimiento de hipótesis, leyes o teorías de carácter general, que nos permitan comprender, explicar y prever tales hechos o fenómenos. No existe distinción fundamental en cuanto al significado de los términos hipótesis, ley y teoría, como no sea la permanencia lograda de una hipótesis científica en sucesivas comprobaciones, que nos puede conducir a llamarla una ley, o al carácter más general de otra, que podemos llamarla teoría, si de ella es posible deducir varias leyes particulares. Las leyes o teorías científicas, empero, participan básicamente del mismo carácter provisional, tentativo, de una hipótesis por lo cual el mismo término hipótesis podría ser propiamente empleado para designar a unas y otras, prescindiendo de esos matices de distinción. El establecimiento de una hipótesis, ley o teoría, en todo caso, lleva consigo un paso de lo particular a lo general; presupone, pues, un proceso inductivo del cual nos interesa destacar algunos de sus aspectos esenciales.

Aun a riesgo de desviarnos un poco de nuestro objeto, es necesario, sin embargo, que nos refiramos a las condiciones diversas bajo las cuales se produce la etapa que consideramos, en el desenvolvimiento de las diferentes ciencias, pues no es ella simple ni susceptible de esquematizarse mediante trazos únicos. Para contrastar esa diversidad de condiciones quizás sea útil que tengamos, a manera de imágenes, presentes dos ciencias que pueden considerarse en uno y otro extremo, con respecto a las condiciones bajo las cuales llegan al establecimiento de sus leyes y teorías: la mecánica y la economía.

Consideremos, como ejemplo, en la primera de esas ciencias, la caída de los cuerpos a que ya antes nos referimos. El hecho elemental es que un cuerpo, abandonado a su propio peso, cae hacia la tierra. La anterior es ya una afirmación de carácter general, cuyo origen es la experiencia, repetida en cada instante de nuestra existencia y durante el transcurso de los siglos que han precedido a ese instante. Pero, como quiera que sea de grande la certeza que nos da tan enorme cúmulo de experiencias, hemos pasado de los hechos particulares a una afirmación de carácter general. En economía podemos considerar una situación que, en su base y por un momento, parece similar a la anterior; descrita por un gran economista contemporáneo, es la siguiente: "La observación muestra que en los años en que la oferta de algún bien importante, como el trigo, es deficiente, el precio tiende a

----

(4) BARIE, G. E. *La conceptualité de la science* en *Actes du Congres International de Philosophie des Sciences*, (*París*, 1949),I, *Epistemologie*, Paris, Hermann, 1951, (p. 79-80).

ser inusitadamente alto. Esto conduce a la generalización de que, las otras cosas siendo iguales, la cantidad demandada tiende a variar en sentido inverso al precio" (5).

Pese al carácter fundamental de enunciados como los dos anteriores, en mecánica y en economía, ellos no satisfacen las subsiguientes demandas que se hacen a una ciencia. No basta con afirmar que los cuerpos caen hacia la tierra sino que se desea predecir la posición de un cuerpo en cada instante de su caída; no es suficiente decir que el precio de un bien de consumo crece cuando la oferta del mismo en un mercado disminuye, sino que se quiere poder afirmar cuál habrá de ser el precio que corresponda a los diferentes niveles de su oferta. Y es entonces cuando aparece la considerable diferencia de condiciones prevalecientes, que afectan el desarrollo y la posibilidad de previsiones cuantitativas exactas, de una y la otra de las dos ciencias de nuestro ejemplo.

Galileo procede a realizar mediciones, tan precisas como le es posible efectuarlas, sobre la caída de los cuerpos y llega a establecer la ley que le represente ese fenómeno, la relación capaz de describir, de prever, la posición de un cuerpo pesante en cada instante que se le pida. Los otros factores, aparte de la fuerza de la gravedad, que intervienen en la caída de un cuerpo—como podrían ser la resistencia del aire o la atracción debida a los cuerpos celestes—no producen efectos en sus experiencias susceptibles de ser percibidos por sus instrumentos de medir, como ya se dijo. El experimento, además, podrá luego repetirse cuantas veces se desee bajo condiciones iguales una y otra vez, eliminando el efecto principal de perturbación, produciendo el vacío. Muy otra es la situación en la ciencia económica. Para comenzar, no más, el Sr. Stone advierte en el párrafo transcrito que: "esto conduce a la generalización de que, *las otras cosas siendo iguales*, la cantidad demandada tienda a variar inversamente al precio" Aquí tenemos ya una primera dificultad porque "*las otras cosas*", que intervienen en la formación del precio, difícilmente pueden mantenerse o reproducirse iguales. Pero hay más. En la obra citada, que es un notable recuento de los esfuerzos y vías de logro de la economía para superar las dificultades que venimos comentando y constituirse en ciencia deductiva, el profesor Stone, al continuar describiendo a grandes rasgos el proceso de una teoría económica, la de las preferencias, advierte también que: "Se reconoce luego que los otros precios y el ingreso afectarán la cantidad demandada. En este punto, con un análisis similar del lado de la oferta, es posible establecer, a la manera de Walras, un sistema de las relaciones en términos de las cuales los valores de equilibrio estático de todos los precios y cantidades pueden, en principio, ser calculados. Todo esto en el supuesto de que los gustos y condiciones de la naturaleza no cambien" (6). En este ejemplo que comentamos, pues, surgen nuevas dificultades desde que en la determinación del precio, intervienen múltiples factores, todos potencialmente determinantes; uno de tales factores, a su vez, está constituído por los precios de todos los demás artículos que concurren al mismo mercado; está constituído, en consecuencia, por las relaciones de preferencia e indiferencia, de quienes intervienen en ese mercado, con respecto a los demás artículos ofrecidos en él. Luego, incluso, puede cuestionarse la posibilidad de que algunos de los citados factores determinantes del precio, sean susceptibles de medida (7). Y

————.

(5) STONE, RICHARD - *The role of measurement in economics*, London, Cambridge Univ. Press, 1951, (p. 13).

(6) STONE, RICHARD - Op. cit. (p. 13).

(7) COHEN, MORRIS R. - *Introducción a la Lógica*, México, Fondo de Cultura Económica, 1952 (p. 194-197).

cuando se haya sobrepasado estas dificultades, debe perfeccionarse el modelo, que es estático, para tener uno dinámico.

Una vez que se ha podido formular satisfactoriamente un conjunto de hipótesis o leyes, el paso siguiente consiste en tratar de explicarlas, a su vez, mediante una teoría, esto es, mediante un enunciado más general del cual sea posible obtener, deductivamente, aquellas hipótesis o leyes particulares. Conviene notar que, al proceder a la búsqueda de tales enunciados más generales y, por ende, más abstractos, el científico no hace sino responder a las mismas demandas que hace el pensamiento cuando busca la definición de un concepto sirviéndose de otro, más elemental, conocido; por ese camino, se sabe bien, no se puede llegar a definir cada uno de ellos, sino que es necesario partir de un conjunto, tan reducido como sea posible, de conceptos básicos, no definibles, mediante el cual todos los otros puedan explicarse. Así, en mecánica, se pasa de la ley de caída de los cuerpos y de las leyes de Képler, sobre el movimiento de los planetas, a la Teoría de la Gravitación de Newton de la cual es fácil obtener, deductivamente, esas leyes y las consecuencias que de ellas se derivan, tanto como la explicación de varios otros fenómenos, como es el de las mareas.

Volvamos ahora nuestra atención hacia ese carácter que hemos considerado esencial del formular de hipótesis científicas: la inducción, ese paso de lo particular a lo general sin el cual no puede iniciarse en las ciencias el proceso deductivo, mediante el cual vamos a poder obtener los hechos observados como consecuencias que aquellas hipótesis, leyes o teorías, implican. Debemos considerar otros aspectos de la incertidumbre, que lleva consigo toda inferencia inductiva, de la cual resulta que el científico debe volver, en la etapa final de sus investigaciones, a la realidad experimental en busca de una confirmación de su hipótesis. Vamos a referirnos luego a esta etapa. En este momento, no obstante, es oportuno decir que la Teoría de Probabilidades proporciona, al investigador científico contemporáneo, un instrumento de medida de esa incertidumbre que venimos comentando, inherente en sus inferencias inductivas.

Con un origen humilde en el estudio de los juegos de azar, la Teoría Estadística ha experimentado su mayor desarrollo durante los últimos cincuenta años, hasta venir a convertirse en el auxiliar más poderoso, sin duda, del investigador científico de nuestros días.

No podríamos referirnos detenidamente al papel que juega la Estadística en la investigación de las ciencias sin alejarnos mucho del objeto del presente trabajo, debido, precisamente, al carácter trascendental de ese papel. Intentaremos, no obstante, ilustrar mediante un ejemplo supuesto, la manera cómo, usando los conceptos de Probabilidades, el científico puede efectuar inferencias inductivas válidas. Supongamos un antropólogo que posee un conjunto considerablemente importante de datos sobre la longitud del fémur y la estatura de los hombres de cierta raza. Mientras él se limite a referir la información recopilada, sus afirmaciones tendrán una veracidad absoluta (prescindiendo de los naturales errores de observación y límite en la precisión de sus medidas). Pero seguramente que nuestro antropólogo no deseará confinar en aquella recopilación de datos su investigación sino que quizás se propondrá, digamos por ejemplo, determinar cuál es la estatura de uno de sus hombres, del que conoce la longitud del fémur. Cualquier afirmación de este tipo que haga estará sujeta a incertidumbre pues rebasa el ámbito de sus observaciones. Supongamos que nuestro investigador ya estableció la relación deseada, que es ahora una hipótesis

—o ley—y que desea medir el grado de incertidumbre del enunciado que la expres El cálculo de probabilidades puede, entonces, venir a decirle que, mediante su relació puede prever (con determinada precisión) la estatura de uno de sus hombres cuy fémur mide X, "con probabilidad de 0.90", sea como ejemplo. Esto significará, dich de otro modo, que puede tener la misma seguridad de acierto en sus afirmacione como podría tenerla de extraer al azar una bola blanca de una urna en la cu hubiese nueve blancas y una negra. La medida de incertidumbre que se realiza e estos casos es, como toda medida, una comparación; se compara aquí con otro fenó meno incierto, como es el de extraer una bola blanca de aquella urna.

Las aplicaciones de la Teoría Estadística a la investigación científica no s limitan, claro está, al tipo del ejemplo anterior. Aparte de que la Estadística trat tradicional y específicamente, los problemas relativos a la recolección, compendio caracterización de datos—de la primera etapa del proceso científico—, se ocup igualmente del diseño de experimentos, para que de ellos puedan extraerse conclu siones válidas; y proporciona métodos para la prueba de hipótesis científicas. "E papel de la estadística en la investigación es, pues, de funcionar como instrument en el diseño de investigaciones, en el análisis de datos, y en la obtención de conclu siones de ellos. Un papel mayor y más importante es difícil de imaginar. Por s utilidad en la investigación, la estadística sólo secunda a las matemáticas y al sentid común, del cual deriva" (8).

3a.: *Etapa - Confrontación con la realidad*

La inevitable incertidumbre de las inducciones que conducen al establecimient de una hipótesis puede, especialmente en los casos de hipótesis primarias, ser medid por medio de probabilidades; en nuestro esfuerzo por comprender y prever los fenó menos observados podremos, en estos casos, quedarnos con aquellas hipótesis cuya probabilidades de certeza, sean suficientemente altas. Cuando la hipótesis tiene l categoría de teoría general, esa medida, al menos en la etapa actual de desarroll de la Teoría de Probabilidades, no es posible efectuarla. Es entonces cuando debemo volver en consulta a la realidad experimental, a verificar si las consecuencias qu se deducen de una teoría se conforman a dicha realidad o si, por el contrario, lo hechos observados discrepan de las consecuencias que la teoría lleva implicadas.

Es importante notar que no es preciso someter a prueba los conceptos enunciados, directamente, de una teoría, sino las consecuencias implícitas en esa teoría. De aquí tenemos que, por una parte, si los hechos observados contradicen la consecuencias que resultan de una teoría, ésta sufre una crisis, en tanto que las diversas confirmaciones que haya podido lograr, no le dan categoría permanente ni absoluta de verídica. Esto resulta de que, como es bien sabido, de una proposición fals pueden deducirse consecuencias verdaderas, en tanto que la falsedad de una consecuencia es prueba de la falsedad de la premisa que la implicó.

Pero no conviene que usemos los términos *verdadero o falso,* en relación con una teoría científica, sin acordar previamente el significado de ellos al respecto. Verdad o falsedad, en este caso, sólo expresan acuerdo o discrepancia con la realidad experimental, no necesariamente de una teoría, en sí, sino de las consecuencias que de ella se derivan, tal como fue explicado. De una teoría científica lo primero que se demanda es que pueda explicar los hechos observados, luego que sea fecunda y,

(8) OSTLE, BERNARD - *Statistics in Research*, Ames, The Iowa State College Press, 1954 (p. 15).

finalmente, que la explicación dicha, sea simple, que sea cómoda. Precisemos mejor esos conceptos de verdad o falsedad de una teoría científica mediante un ejemplo. El ejemplo es, una vez más de la física, por ser ésta una de las ciencias deductivas más desarrolladas.

Durante mucho tiempo se ofrecieron dos imágenes radicalmente diferentes, para explicar la diversidad de fenómenos luminosos conocidos. Una, que atribuía a la luz una naturaleza corpuscular, empleada por Newton; la otra, expuesta por el físico holandés Huyghens, le atribuía un carácter ondulatorio, producido por las vibraciones de un supuesto medio elástico de propagación. Durante casi todo el siglo XIX la balanza pareció inclinarse en favor de la hipótesis ondulatoria, perfeccionada a comienzos de ese siglo por el físico francés Fresnel, pues ella explicaba satisfactoriamente nuevos fenómenos ópticos descubiertos. Hacia fines de ese siglo "la teoría electromagnética de la luz de Maxwell vino a reencontrar, interpretándolas de modo diferente, todas las ecuaciones que habían proporcionado a Fresnel y a sus continuadores la imagen de un éter elástico, soporte de vibraciones luminosas, y esa teoría pudo, además, hacer entrar la luz, como caso particular, en la categoría infinitamente más vasta de las ondas electromagnéticas y pudo también conducir a una interpretación notable de los fenómenos electro-magneto-ópticos, que la concepción de Fresnel no podía alcanzar" (9).

Una imagen ondulatoria de la luz parecía, entonces, la acertada. No obstante, hacia fines del mismo siglo XIX, los descubrimientos relativos a la constitución de la materia y la teoría de Lorentz sobre los fenómenos eléctricos, habrían de venir a afectar las concepciones sobre la naturaleza de los fenómenos ópticos, a tal grado que, al comienzo de nuestro siglo "las bases de una teoría continua de la radiación, se encontraban ya seriamente quebrantadas". En este momento, sin la noción apropiada de verdad y falsedad, alguien podría preguntar ¿cuál es, entonces, la hipótesis verdadera; es la luz un fenómeno corpuscular o es ondulatorio?

Lo cierto es que ambas hipótesis han sido verdaderas, en la medida en que han podido explicar los fenómenos luminosos observados.

La historia brevemente no termina, sin embargo, al comenzar el presente siglo; "en 1905, Einstein contempla la vuelta a una concepción granular de la luz. Los fotones de Einstein son granos de energía". Pero, no obstante "los fenómenos que habían determinado el abandono de las hipótesis corpusculares (interferencias, difracción, polarización) no son menos subsistentes. Viene a ser necesario entonces mantener a la vez las hipótesis de base de una teoría ondulatoria y los principios de una teoría de los fotones...". "En 1925 el señor Luis de Broglie sienta el principio esencial de la Mecánica Ondulatoria, extendiendo a la materia el dualismo ondulatorio-corpuscular que existía en el dominio de las radiaciones; a cada corpúsculo material está asociada la propagación de una onda, cuya existencia debería ser pronto experimentalmente percibida". El lector interesado en conocer más detalles del proceso de vacilaciones entre estas hipótesis, puede consultar con provecho la Sección A, "La Methode en Physique et L'Historique" en la Encyclopedie Française (París, 1956), donde Luis de Broglie, el ilustre iniciador de la Mecánica Ondulatoria, y M. A. Tonnelat, en muy breves pero magistrales páginas, tratan sobre el método y las etapas sobresalientes en el desarrollo de la física, de las cuales hemos transcrito los párrafos anteriores.

----

(9) BROGLIE, LOUIS DE - *La méthode en Physique dans la Science Maderne*, en *Encyclopedie Française*, II, *La Physique*, Paris, Societe Nouvelle de L'Encyclipédie Française, 1956 (p. 2.06-4).

Dijimos que lo que se exige de una buena teoría es que sea capaz de explicar un conjunto, más o menos grande, de fenómenos particulares observados. La teoría, además, será fecunda si puede prever nuevos fenómenos, cuya existencia, antes desconocida, esa teoría implica.

Nos habíamos referido, también, a una tercera condición que se impone para juzgar de la bondad de una teoría; es la de que sea simple, que explique cómodamente los fenómenos. Como ilustración sobre este punto podemos servirnos de un ejemplo, quizás un tanto chocante pero que, por su mismo carácter extremo, sirve a nuestro propósito. Bien conocida es la vieja controversia, que dura hasta fines del Renacimiento, sobre el movimiento aparente del sol en la bóveda celeste: ¿es el sol o es la tierra lo que se mueve?, era la cuestión debatida. La pregunta parece casi absurda en nuestros días. Sin embargo, si pensamos que en el espacio, con las imágenes que hoy tenemos, la tierra gira sobre su eje, se traslada alrededor del sol, el cual, con todo su cortejo de planetas está en movimiento en una galaxia, la que a su vez se desplaza en el firmamento; si consideramos, además, que sólo podríamos decir qué se mueve y qué está quieto en el espacio, si estuviésemos inmóviles, entonces tendremos que convenir en que sólo afirmamos que la tierra gira alrededor del sol porque, bajo esta hipótesis, podemos explicar los fenómenos observados más cómodamente. Este concepto ha sido expuesto, con claridad e insistencia por Henri Poincaré (10); el lector que desee una exposición breve y comentario crítico de las ideas filosóficas de este ilustre matemático francés, encontrará útil consultar la obra (11).

IV

INDUCCION Y DEDUCCION

Una vez más, debemos recapitular. Hemos trazado esquemáticamente las etapas fundamentales del proceso de las ciencias deductivas, desde las observaciones, experimentos y formación de conceptos, a la etapa de inducción, en que se formulan las hipótesis científicas, para volver luego a las observaciones, a la realidad experimental, en que aquellas hipótesis se someten a prueba. Hemos insistido sobre la inherente incertidumbre de toda inferencia inductiva y sobre que, a pesar de ella, es sólo mediante este tipo de inferencias que puede una ciencia llegar al punto de comenzar a obtener, por deducción, los hechos observados; a partir de ese punto esos hechos quedan sometidos a un ordenamiento y es posible obtener, además, nuevas conclusiones que son el producto fecundo de la teoría.

Ahora intentaremos mostrar que ese proceso, con las incertidumbres que comporta, es un proceso fundamental, cuyas líneas generales sigue el hombre en su pensamiento discursivo, desde que puede efectuarlo.

Examinemos el silogismo clásico de la lógica: "Todo hombre es mortal, Sócrates es hombre, luego Sócrates es mortal". Los lógicos nos dirán que esa " no es una proposición lógica; la proposición lógica de la cual la anterior es un caso particular, es: Si X tiene la propiedad A y todo lo que tiene propiedad A tiene la propiedad B, entonces X tiene la propiedad B, cualesquiera sean X, A y B" (12).

————

(10) POINCARE, HENRI - *La Science et L'Hypotese*, Paris, Flammarion, 1935.

(11) BENRUBI, J. - *Les sources et les courants de la philosophie contemporaine en France*, Paris, Alcan 1933 (p. 350-377).

(12) RUSSELL, BERTRAND - *Los prinicipios de las matemáticas*, Buenos Aires, Espasa Calpe Arg. 1948, (p. 15).

Pero nosotros, en este momento, no estamos interesados en Sócrates sino en la forma de la anterior proposición; de esa manera, para que adquiera categoría general, lógica, podemos en ella sustituir "Sócrates" por X, la propiedad "A" por la de "ser hombre" y la propiedad "B" por la de ser "mortal". Esto no implica, en forma alguna, que el autor desdeña el valor de la lógica formal sino que, únicamente, obedece al deseo de no hacer innecesariamente árida la presente exposición.

Se ha comentado mucho sobre el hecho de que el silogismo, esa forma básica del razonamiento deductivo, es una tautología; que la conclusión "Sócrates es mortal" está ya dicha en la premisa "Todo hombre es mortal". Así es, en efecto; de la misma manera puede afirmarse que todas las conclusiones de una teoría científica están contenidas en su enunciado, o que toda la geometría euclideana está contenida en el reducido número de sus postulados. El valor del silogismo debe buscarse en la identificación que efectúa mediante la premisa menor: "Sócrates es hombre". Pero no es ese quizás, el aspecto más importante de la estructura del silogismo. Más importante puede ser para nosotros notar que, para que el silogismo exista, para que el razonamiento deductivo pueda iniciarse, se requiere una premisa mayor, que es un enunciado general, el cual sólo puede producirse mediante una inducción. En el punto de arranque, cada razonamiento deductivo—empleado por el hombre a cada paso de su vida cotidiana—, aparece así comportando una inducción, una generalización siempre sujeta a un carácter más o menos acentuado, de incertidumbre. Antes de poder afirmar, en efecto, que "todo hombre es mortal", al igual que para afirmar que "cualquier cuerpo abandonado a su propio peso cae hacia la tierra" o, de manera más general, que "todo lo que tiene la propiedad A tiene la propiedad B", uno de dos caminos debe haber seguido nuestro pensamiento. O hemos llegado inductivamente a formular la sentencia a partir de los datos concretos de nuestra experiencia, o bien la hemos formulado mediante una convención.

En el segundo de los casos, cuando nuestra premisa mayor es el resultado de una convención, sólo tiene sentido que hablemos sobre la verdad *formal* de las conclusiones que se derivan de tal convención; estaremos entonces en el ámbito de la matemática, a que luego habremos de referirnos. En el primero de esos dos casos, cuando hemos hecho una inducción basada en los datos de nuestra experiencia, las conclusiones que se derivan de una premisa mayor colocada en la base de nuestros razonamientos, aparecen sujetas a la misma categoría de incertidumbre que poseen las conclusiones de una teoría científica, a que antes nos hemos referido. Es así como la incertidumbre de las consecuencias de las teorías científicas, que nos conduce a recurrir en consulta a la experiencia para ver si ellas son o no confirmadas, aparece como una condición inherente al pensamiento humano.

Las Matemáticas

Solamente al final de nuestro esquema sobre las ciencias deductivas hemos mencionado a las matemáticas. Ellas son una ciencia deductiva, ciertamente, pero su posición con respecto a las otras ciencias es fundamentalmente diferente, ante todo por el hecho de que de sus conclusiones sólo se demanda que tengan el carácter de verdades *formales,* en tanto que se pide la verdad *material* de los resultados de las otras ciencias a que nos hemos referido. Sobre la distinción entre los conceptos de verdad formal y material, el lector podrá consultar cualquier tratado introductorio de lógica (ver, por ejemplo (13), págs. 15-19); no obstante, esa diferencia resultará suficientemente clara de una breve discusión sobre la posición en las ciencias y el objeto y método de las matemáticas, que nos proponemos hacer a continuación.

Durante varios siglos se hicieron muy notables esfuerzos por colocar a las matemáticas, en las diversas clasificaciones que se hicieron de las ciencias, en algún lugar apropiado, más o menos dentro del mismo esquema a que antes nos hemos referido. Como ya lo hemos dicho fueron, principalmente, ciertas conquistas logradas en la matemática, que contribuyeron a aclarar el esquema relativo al proceso de las ciencias; tales han sido, por ejemplo, el descubrimiento de que nuestra tradicional geometría no es sino una de las varias geometrías, igualmente verdaderas y útiles que se pueden edificar y han sido construídas; o la consideración de diferentes sistemas algebraicos y de sus propiedades comunes, que condujo al estudio, en abstracto, de la estructura e identificación de sistemas algebraicos que habían sido desarrollados en campos alejados de las matemáticas. Tales adelantos, junto con otros igualmente importantes logrados en la física, que obligaron a revisar los conceptos de tiempo, de substancia y de causa, han provocado, más aún, una revisión y replanteo del antiguo problema filosófico del conocimiento (14).

La distinción entre axiomas y postulados, que aparecía en las primeras páginas de cualquier tratado clásico de geometría, ha sido prácticamente eliminada. Los axiomas o postulados de una teoría matemática, que contienen implicados todos los conocimientos que de ella puedan derivarse, aparecen ahora como simples postulados, esto es, convenciones, cuya aceptación comporta la de todas las consecuencias que implican. Ha quedado, así, claro, que las verdades matemáticas son puramente *formales* y que, entonces, carece de sentido cualquier esfuerzo de la índole del hecho por Gauss—justamente llamado el príncipe de los matemáticos— "para ver si verdaderamente la suma de los ángulos [de un triángulo geodésico] da el valor correspondiente a la hipótesis euclideana [sobre las paralelas]. (15). Fue para poner énfasis en ese carácter que Bertrand Russell expresó su celebrada frase: "las matemáticas pueden definirse como la ciencia en que nunca sabemos de qué hablamos, ni si lo que decimos es verdad". (16). Pero la frase no debería repetirse sin explicar su sentido. Que no se sabe nunca en Matemáticas de qué hablamos, porque los entes con que esta ciencia trabaja, si bien en su origen pueden haber sido abstraídos de la realidad, son puramente conceptuales y no requieren, por tanto, una existencia física. Y que no sabemos si lo que decimos es verdad, se refiere a la verdad material, porque de las conclusiones de esta ciencia sólo se exige su verdad formal, esto es, que sean correctamente deducidas de los postulados aceptados como base. Aun así, si tomáramos esa como una definición de las matemáticas, correríamos el riesgo de que esta ciencia llegue a ser poco más que un pasatiempo, un juego o ejercicio intelectual de índole semejante a la del ajedrez. En el prólogo a la segunda edición de "Los Principios de la Matemática", (que es una obra prematura de divulgación, previa a la que marcó una época, los "Principia Mathematica" que escribió con Whitehead), Bertrand Russell se refiere a las correcciones que desea hacer a lo escrito en sus "Principios". A propósito de

————

(13) COHEN, MORRIS R. op. Cit.
(14) ENRIQUES, F. - *La théorie de la connaissance scientifique de Kant a nos jours*, París, Hermann, 1938.
(15) ENRIQUES, F. - Op. cit. (p. 7).
(16) RUSSELL, BERTRAND - *Las matemáticas y los metafísicos*, en *Misticismo y Lógica*, Buenos Aires, Paidos, 1951 (p. 81).

las críticas de la Escuela formalista, conducidas por Hilbert—el notable matemático alemán—dice Russell: "Para él la "existencia", tal cual se entiende generalmente, es un concepto metafísico innecesario, que puede reemplazarse por el concepto preciso de no-contradicción—. Y aquí olvida de nuevo que la aritmética tiene un uso práctico. No existe límite para los sistemas de axiomas no contradictorios que pueden inventarse. Las razones que nos obligan a interesarnos en los axiomas que conducen a la aritmética común se hallan fuera de la misma, y se hallan relacionadas con la aplicación del número al material empírico" (17).

La posición de las matemáticas en las ciencias debe ser, pues, la misma de la lógica; ambas forman parte del instrumento intelectual que posee el hombre para comprender los problemas de la naturaleza, la vida o la sociedad. No es del caso dictaminar sobre si es que "los conceptos de lógica penetran el todo de la matemática, que ellos comprenden todos los conceptos específicamente matemáticos como casos especiales" (18) o si es, más bien, que la lógica ha venido a constituir un nuevo capítulo abarcado por las matemáticas modernas, como expresan la relación varios de los matemáticos que se ocupan de estas reflexiones. Mejor es decir, con Bertrand Russell: "Las matemáticas y la lógica, hablando históricamente han sido estudios enteramente diferentes. Las matemáticas han estado conectadas con la ciencia, la lógica con el Griego. Pero ambas se han desarrollado en los tiempos modernos: la lógica ha venido a ser más matemática y la matemática más lógica. La consecuencia es que ahora ha llegado a ser completamente imposible trazar una línea entre las dos; en efecto, las dos son una. Difieren como el joven y el hombre: la lógica es la juventud de las matemáticas y las matemáticas son la virilidad de la lógica. Este punto de vista lo resienten los lógicos, quienes, habiendo gastado su tiempo en el estudio de los textos clásicos son incapaces de seguir una pieza de razonamiento simbólico, y los matemáticos que han aprendido una técnica sin preocuparse de inquirir sobre su significado o justificación. Ambos tipos están ahora, afortunadamente, haciéndose más y más raros. ¡Tánto del trabajo matemático moderno está evidentemente en la frontera de la lógica!, ¡tánto de la lógica moderna es simbólica y formal, que la estrecha relación de la lógica y las matemáticas ha llegado a ser obvia para cualquier estudiante instruido" (19).

Para expresar sumariamente la posición de las matemáticas en el esquema general del proceso científico trazado en las páginas anteriores, puede ahora decirse que esta ciencia, deductiva por excelencia, está exenta de la tercera etapa de aquel proceso, de la etapa de confrontación con la experiencia, pues las verdades de las matemáticas, en cuanto estén correctamente deducidas, son incuestionables en virtud de su propio carácter formal. Las otras dos etapas de ese mismo proceso, aunque con características propias, son distinguibles en las matemáticas.

En la primera de aquellas etapas, en la formación de conceptos, las matemáticas no pueden andar divorciadas de la realidad, como ya antes dijimos. "De más en más, las matemáticas aparecen como la ciencia que estudia las relaciones entre ciertos entes abstractos definidos de una manera arbitraria, bajo la sola condición de que estas definiciones no comporten contradicción. Faltaría, sin embargo añadir, para no arriesgarse a confundir las matemáticas ni con la lógica ni con juegos tales como el ajedrez, que estas definiciones arbitrarias han sido inicialmente sugeridas

----

(17) RUSSELL, BERTRAND - *Los principios de las matemáticas,* (p. 8).

(18) TARSKI, ALFRED , *Introduction to Logic,* New York, Oxford Univ. Press, 1954, (p. XVII).

(19) RUSSELL, BERTRAND - *Introduction to Mathematical Philosophy,* Muirhead Library of Philosophy, London, George Allen & Unwin, 1948, (p. 194).

por analogías con objetos reales; tal es el caso de la línea recta, del círculo, del cuerpo sólido de la mecánica racional etc. Pero los números imaginarios, los números transinfinitos, entre otros entes matemáticos, son puras creaciones del espíritu humano. Son justificadas por el hecho de que ellos han permitido resolver más fácilmente problemas que se planteaban los matemáticos, o los físicos, y aclarar las dificultades que habían encontrado" (20).

Inducción y deducción en las matemáticas

Y la inducción, de la segunda etapa que distinguimos en el proceso científico, viene a adquirir, en la investigación matemática también, un papel trascendental. Es mediante la inducción que el espíritu humano inventa, descubre, crea; por medio de la deducción demuestra. En el primer camino, lleno de azares, sus pasos son inciertos y vacilantes; en el segundo seguros, objetivos, pero a él no puede llegarse prescindiendo del primero de esos caminos.

La inducción ha sido muy bien estudiada por los filósofos. Citemos, como ejemplo, los siguientes párrafos de una obra que trata el tema con gran propiedad. "La inducción más correcta, la mejor fundada, la más legítima no tiene nada de un argumento en forma. No es una *demostración*, sino un *descubrimiento*". "La inducción es pues un procedimiento intuitivo, una *vista* de lo universal en lo singular". "La inducción adquiere una riqueza intelectual. El silogismo explota y hace valer la riqueza adquirida: la abre y revela el contenido y las implicaciones, desarrolla las consecuencias". "En la vida ordinaria, nosotros hacemos inducciones sin cesar—como hacemos silogismos—de la manera más legítima, pero también la más fácil y la más sutil. Y forjamos confusamente lo cierto y lo probable". "Para terminar, notemos que a menudo, cuando la inducción alcanza la certeza, no es pura y reducida a sus únicos recursos. Deducciones, no siempre señaladas, le prestan un apoyo secreto. Sería ingenuo representarse los diversos procedimientos intelectuales separados en la vida como en los libros y desarrollándose cada paso aparte, aislado de los vecinos por un medio impermeable" (21). Sin embargo, poca atención se ha puesto a los medios por los cuales podría conseguirse adiestramiento para obtener inferencias inductivas que luego demuestren ser válidas.

Se acepta corrientemente que el estudio de las matemáticas proporciona adiestramiento en el razonamiento deductivo, pero poco se ha podido hacer en el mismo sentido, con respecto a la inducción. Sin embargo, recientemente, uno de los más ilustres matemáticos ha emprendido, con singular acierto, la tarea, difícil por nueva, de emplear también esta ciencia para proporcionar adiestramiento en el arte de la inducción. Sus explicaciones del propósito de ese esfuerzo, iluminan no sólo el papel de la inducción en todas las ciencias, sino también la forma como proceden las matemáticas. Del valioso producto de ese esfuerzo son los siguientes párrafos, que sirven de complemento excelente de lo que hemos expuesto:

"Nos aseguramos nuestro conocimiento matemático por el *razonamiento demostrativo*, pero apoyamos nuestras conjeturas mediante el *razonamiento plausible*. Una prueba matemática es razonamiento demostrativo, pero la probación circuns-

(20) BOREL EMIL - *La définition en mathématiques*, en *Les grandes courantes de la pensée mathématique* presentées para F. Le Lionnais, Paris, Cahiers du Sud, 1948 (p. 24).

(21) TONQUEDEC, JOSEPH de - *Le Principes de la Philosophie Thomiste, La critique de la connaissance*, Paris, Gabriel Beauchesne, Editeur, 1939. (p. 258, 264, 176).

tancial del abogado, la probación documental del historiador, y la probación estadística del economista, pertenecen al razonamiento plausible".

"La diferencia entre las dos clases de razonamiento es grande y múltiple. El razonamiento demostrativo es seguro, fuera de controversia y final. El razonamiento plausible es azaroso, controvertible, y provisional. El razonamiento demostrativo penetra las ciencias justamente tanto como lo hace la matemática, pero es en sí mismo (como la matemática es en sí misma) incapaz de proporcionar conocimiento nuevo del mundo que nos rodea. Cualquier cosa nueva que aprendamos acerca del mundo, envuelve el razonamiento plausible, que es la única clase de razonamiento por la cual nos preocupamos en los trajines diarios. El razonamiento demostrativo tiene normas rígidas, codificadas y clarificadas por la lógica (lógica formal o demostrativa) que es la teoría del razonamiento demostrativo. Las normas del razonamiento plausible son fluídas, y no hay teoría de tal razonamiento que pueda ser comparada con la lógica demostrativa en claridad o que provoque un consenso comparable".

"Las matemáticas se consideran como una ciencia demostrativa. Sin embargo, éste es solamente uno de sus aspectos. Las matemáticas terminadas, presentadas en una forma terminada, aparecen como puramente demostrativas, consistentes solamente en pruebas. Sin embargo las matemáticas, cuando están haciéndose, se asemejan a cualquier otro conocimiento humano cuando está haciéndose. Se tiene que adivinar un teorema matemático antes de probarlo; se tiene que adivinar la idea de la prueba antes de llevar a cabo los detalles. Se tiene que combinar observaciones y seguir analogías; se tiene que probar y probar otra vez. El resultado del trabajo creador de un matemático es el razonamiento deductivo, una prueba; pero la prueba es descubierta por el razonamiento plausible, por adivinación. Si el aprender las matemáticas refleja, en algún grado, la invención en las matemáticas, debe tener un lugar para la adivinación, para la inferencia plausible".

"El uso eficaz del razonamiento plausible es una destreza práctica y es aprendido, como cualquier otra destreza práctica, por imitación y práctica" (22).

Comprensión de las Ciencias

Esos conceptos del profesor Polya, deberían alcanzar una repercusión en la enseñanza, no sólo de las matemáticas sino de todas las ciencias; el autor del presente trabajo también desearía que todo él sirviera como una pequeña contribución al propósito de dar un nuevo sentido a la enseñanza de las ciencias. Si se tienen claros los caminos que transita el pensamiento, esa enseñanza puede llegar a ser más eficaz, esto es, más productiva. Si se tiene claro el papel de la inducción en las ciencias, su importancia y los azares que le son inherentes, la enseñanza debe propender al desarrollo de ciertas facultades de quien aprende, que usualmente son poco atendidas. Se debe procurar que el aprender sea, a cada paso, un trabajo de creación. No quiere esto decir que cada una de las creaciones de ese trabajo va a ser grandiosa; es más bien una actitud para distinguir los elementos creadores presentes en la adquisición de cada nueva verdad científica con el objeto de que, el aprender de esas verdades, resulte un volver a crearlas.

Lo dicho con respecto a la enseñanza de las ciencias, adquiere un significado

----

(22) POLYA, G. *Mathematics and Plausible Reasoning* (Volume I, *Induction and Analogy in Mathematics*, Volume II *Paterns of Plausible Inherence*), Princenton N. J., Princenton Univ. Press, 1954 (I, p. v, vi).

particular en el caso de las matemáticas. Es inaceptable que en nuestra época en que esta ciencia se ha enriquecido de una manera apenas soñada hace cien años, cuando se halla pletórica de ideas fecundas, la enseñanza de las matemáticas se solace en aquellos de sus aspectos operatorios más áridos, casi mecánicos que, lejos de promover el desarrollo intelectual de quien las aprende, casi entorpece ese desarrollo y provoca repulsión hacia una ciencia que se considera ser una de las mayores conquistas intelectuales del espíritu humano. "En verdad, se requiere de nosotros que concibamos las matemáticas como el estudio de sistemas generales, que abarcan objetos designados y relaciones designadas entre ellos; y considerar los aspectos cuantitativos o numéricos de los sistemas matemáticos particulares, como accidentales, en vez de fenómenos esenciales o característicos de las matemáticas como un todo. Sería, por ejemplo, errado desde ese punto de vista rechazar una teoría científica como no-matemática simplemente porque la teoría es no-cuantitava" (23).

El distinguido Presidente del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Chicago cita, en el mismo trabajo de que acabamos de transcribir un párrafo, las siguientes palabras del Director de la National Science Foundation, Alan Waterman, en un discurso dicho ante la Sociedad y la Asociación de Matemáticas de los Estados Unidos.

"... las matemáticas, en un sentido, cubren el vacío, real o imaginario, que existe entre la ciencia y las humanidades. Las exigencias de la tecnología moderna han alejado a muchas de las ciencias de sus órbitas en el dominio de la filosofía natural. La matemática también ha tenido que desempeñar su papel práctico en el mundo moderno, pero en el proceso nunca ha perdido su aura erudita. Ocupa un lugar de honor igualmente entre las humanidades y entre las ciencias físicas ..." Y continúa luego el Dr. Stone: "Mi esperanza más profunda y más acariciada es que la matemática, pese a las tensiones a que está sujeta por la expansión de sus propias fronteras y las demandas del mundo moderno, preserve para siempre su unidad esencial y pueda así continuar aspirando a esta posición de honor doble, siempre sentando para sí misma esas elevadas normas de logro intelectual que, únicamente, pueden calificarla como merecedora de ocupar tal lugar" (24).

———

(23) STONE, MARSHALL R. - *Matematics and the future of Science*. Bulletin of the American Mathematical Society, 1957, Vol. 63 (p. 61-76).

(24) STONE, MARSHALL H. - Op. cit. (p. 67).