

BOOLE, PIAGET Y EL "PSICOLOGISMO"

Carmen María Chaves

I. INTRODUCCION

1. A pesar del adelanto con que las ciencias deductivas alcanzan su desarrollo en la historia, la lógica quedó relegada a la repetición escolástica de los filósofos hasta bien entrado el siglo XIX, mientras las ciencias experimentales y matemáticas acumulaban avance sobre avance, libres de cualquier atadura dogmática. De hecho la historia de las ciencias nos muestra la existencia de una gran diferencia temporal entre el desarrollo de las ciencias deductivas (lógica y matemáticas), y el de las experimentales. La lógica y las matemáticas comenzaron a existir como tales desde la época griega, mientras que las ciencias experimentales tuvieron que esperar, a pesar de los intentos puramente teóricos de algunos filósofos medievales como Bacon y su escuela, el gran desarrollo de los talleres artesanales que se produce en el Renacimiento, con la confluencia coyuntural del conocimiento tradicionalmente práctico de los artesanos, y la nueva matemática del siglo XVI (Niccolo Tartaglia, Ludovico Ferrari, Gerolamo Cardano) que, dentro de la tradición de Arquímedes, se manifiesta como una ciencia eminentemente práctica, repudiando la matemática especulativa y mística de las escuelas neoplatónicas y neopitagóricas. La aplicación del método matemático-experimental surgido de esta coyuntura, y el perfeccionamiento creciente de los instrumentos de observación y de experimentación, posibilitan el desarrollo de una nueva ciencia de la naturaleza a partir de la época moderna. Esta relación con la ciencia natural propicia, a su vez, un desarrollo acelerado de las matemáticas; uno de los casos más conocidos es el del cálculo infinitesimal que surge a la par de la nueva

física como instrumento de análisis y cuantificación del movimiento.

La ciencia experimental de los siglos XVII-XIX utiliza el método matemático, y deja a la lógica recluida en el ámbito de la filosofía antigua que permanece ajena al desarrollo científico. Basta recordar la lucha que emprenden los filósofos de avanzada contra el aristotelismo; la crítica que dirige Descartes al método de la lógica y su elogio del método de los matemáticos, va unida a una actitud práctica orientada hacia la construcción de un nuevo modelo lógico que imite el de las matemáticas; también Leibniz aspira, en la misma época, a elaborar un cálculo lógico. En resumen, mientras la lógica formal no hizo progresos significativos en relación con el establecimiento de un "nuevo método de cálculo lógico", y la importancia de los aportes renovadores que introducen algunos lógicos medievales y renacentistas sólo es reconocida ahora, a la luz de los nuevos desarrollos de la lógica, la matemática realizó grandes transformaciones en el período que va del Renacimiento al siglo XVIII (1).

¿Cuál fue la causa de este atraso? Creo que los factores que lo explican son, básicamente, de tipo ideológico:

a. La lógica surgida en las escuelas de los filósofos como ciencia puramente deductiva, no se desprende de sus raíces especulativas. Durante la

(1) "... los matemáticos y los hombres en general, razonaban libremente sin reparar en la falta de adecuación teórica de la lógica formal de la época o, por lo menos, sin ocuparse de reformarla o extenderla..." (Quine, W., 1958, p. 2).

Edad Media permanece atada al dogma teológico y a la metafísica. Dadas las características político-económico-sociales de esa época, el hecho de su dependencia ideológica convertía en "políticamente subversiva" cualquier invención (recordar el caso de Occam).

b. Por otra parte, la matemática conserva una posición independiente en relación con las cuestiones especulativas, en parte por la influencia de la tradición de Alejandría, y en parte porque desde Aristóteles la tradición derivada de su escuela no consideró a la ciencia del número apta para explicar la realidad, esencialmente cualitativa, del mundo físico. Además, cuando se mezcla con cuestiones especulativas, o bien asume el partido de la crítica a las ideas establecidas, o degenera en misticismo; pero en ningún caso permanece atada al dogma social del momento (2).

c. Por último, al desarrollarse plenamente el método matemático aplicado a la física, la lógica es abandonada, junto con la metafísica, a las escuelas de los filósofos, constituidas en gran parte por religiosos.

2. Esta situación se mantendrá hasta finales del siglo XIX, época en que comienza a adquirir importancia el desarrollo de la lógica más allá de los límites impuestos por la silogística aristotélica. Las realizaciones más significativas para este desarrollo fueron:

a. La construcción de la estructura algebraica de "grupo" desde finales del siglo XVIII (Lagrange, Cauchy, Niels Abel, Evariste Gaulois), provocada en parte por la necesidad de resolver la cuestión planteada en relación con las ecuaciones algebraicas de quinto grado. Abel demuestra que, en general, la ecuación de quinto grado no puede ser resuelta por radicales; Galois muestra que es

posible resolverla sólo si un grupo asociado con la ecuación tiene ciertas propiedades específicas (estos grupos son llamados ahora "solvable groups"). La construcción de esta estructura de grupo fue muy importante para el desarrollo de la nueva lógica porque, a partir de 1850, la teoría de grupos permite la aparición de un álgebra abstracta que abarca el álgebra numérica clásica como un caso especial. Esto encuentra acogida en el interés de los lógicos por construir un cálculo, y, aunque esta ambición se remonta a Leibniz y se continúa en Ploucquet, Lambert, Jean Castillo, y otros, el progreso real lo representa la obra de Boole.

Además, durante la segunda mitad del siglo XIX se colocaron los cimientos para los más importantes desarrollos de las nuevas lógicas (Gergonne, Hamilton, Bentham, De Morgan, Jevons, Peirce, Boole, Schroder, Frege). Boole en 1847 en su *Mathematical analysis of logic* presenta la noción de "sistema formal" como un cálculo susceptible de recibir diversas interpretaciones, y cuya validez depende tan sólo de las leyes de combinación de los símbolos que usa, con independencia de cuál sea la interpretación que se les confiera. En su obra de 1854, *An investigation of the laws of thought*, se propone: "... investigar las leyes fundamentales de las operaciones de la mente mediante las cuales se realiza un razonamiento; expresarlas en el lenguaje simbólico de un cálculo y sobre esta base establecer la ciencia de la lógica y construir su método" (p. 1). Boole logra construir un cálculo lógico utilizando un álgebra no cuantitativa, y a partir de él se produce una verdadera revolución en lógica. Estos avances, unidos a los del álgebra, harán posible la constitución de una lógica matemática totalmente axiomatizada en la primera mitad del siglo XX (Frege, Cantor, Russell, Hilbert, etc.).

c. Existe otro rasgo en la matemática de los siglos XIX-XX que es decisivo para el avance de la lógica: la investigación sobre los fundamentos de los axiomas, postulados y reglas de deducción. Los matemáticos del siglo XVIII no se preocuparon por la fundamentación de sus teorías analíticas; trabajaron con las estructuras infinitas al igual que con las finitas, sin preocuparse por la fundamentación rigurosa de los métodos aplicados. Cuando aparecen las primeras contradicciones se hace patente el límite del "sentido matemático", y, ya desde finales del siglo XVIII, surge la preocupación por la fundamentación del método; G. Saccheri (1733) y J.H. Lambert (1766) con sus investiga-

(2) En la Edad Media tardía la escuela de Oxford, por influencia sobre todo el pensamiento árabe, incorpora a la tradición el pensamiento que floreció en las escuelas platónicas y pitagóricas, fuertemente influido por las realizaciones de los matemáticos, así como el aporte de Alejandría. Pero esta inyección de pensamiento no aristotélico, si bien desempeña históricamente un papel muy importante al fomentar la crítica a la filosofía tradicional, no produce su desplazamiento. El pensamiento árabe, introducido por la tradición de Oxford, además de influir en el desarrollo de métodos de observación, provoca la construcción de métodos más cercanos a los matemáticos, como el álgebra de palabras de Bradwardine y el análisis de los cambios cualitativos efectuado por Oresme. Pero el pensamiento de estos filósofos-científicos continúa dentro del modelo cualitativo de la física antigua.

ciones sobre el axioma de las paralelas; Lagrange y su "cálculo de derivaciones" que debía fundamentar inobjetablemente el cálculo diferencial sin recurrir a las diferencias "infinitamente pequeñas"; la obra de Hilbert (1899) que rompe con la concepción que venía desde los griegos, y que suponía que el "sentido" de los conceptos empleados en matemáticas era intuitivo.

3. Al fallar las técnicas puramente intuitivas, los matemáticos se ven obligados a reexaminar sus técnicas de deducción; se siente la necesidad de recurrir a la lógica para definir las reglas válidas de inferencia; "... es preciso tornar explícitos los métodos deductivos y estudiarlos intensamente". (Quine, 1958, p. 4). A principios de este siglo, B. Russell descubre "que los principios del raciocinio que se emplean tácitamente en matemáticas, y tal vez fuera de ella, son capaces de envolvernos en contradicciones. Este descubrimiento precipitó una crisis. Los principios de la lógica deductiva tuvieron que ser formulados explícita y cuidadosamente, así como también fueron sometidos a una revisión para que la matemática en general estuviere bien fundada." (Quine, 1958, p. 4).

Se llega así a determinar que un sistema deductivo, ya sea lógico o matemático, es un sistema totalmente abstracto y formal. En el siglo XX se afirmará la concepción puramente "convencional" del cálculo; hasta las reglas de procedimiento son construídas por definición, y, por lo tanto, sólo tienen sentido lingüístico en relación con los elementos del sistema. No existen ya ni la significación absoluta y única de los elementos y las reglas sintácticas, ni la validez absoluta de los axiomas y teoremas; todo es relativo a las convenciones que han servido para fundar el principio de construcción de la teoría deductiva. Además, el resultado de los procedimientos de deducción no recibe una interpretación determinada. La ingenuidad de los siglos anteriores en relación con esto, se manifiesta en la creencia de que la verdad, o validez, de los conceptos y relaciones lógicas empleados en la deducción, es captada directamente por el intelecto con toda claridad y distinción, y que las reglas de inferencia son absoluta y evidentemente válidas. Aún en las concepciones de la lógica que corresponden al período de transición del siglo XIX al XX, y que representan el gran paso revolucionario en la historia de la lógica, se encuentran residuos de esa concepción intuitiva que se remonta a los griegos. Esta versión intuitiva de la lógica que florece sobre todo en el siglo XIX, se ha llamado

"psicologismo" (3), y a ella permanecen atados casi todos los lógicos hasta que se impone la concepción puramente formal a principios del siglo XX (4).

Este enorme avance en la construcción de una lógica axiomática, hizo explícita una cuestión que hasta entonces había sido *supuesta* sin preocuparse por ella: ¿cuál es el significado *real* de la lógica y de las matemáticas? Porque, al convertirse en un sistema puramente simbólico, perdió el contacto que mantenía con contenidos intuitivos. En relación con esto afirma Piaget que "una de las características más curiosas de las ciencias deductivas es que pueden alcanzar un grado muy alto de perfección antes de que sean capaces de discernir con precisión el género de realidades al que corresponden. No es, por ejemplo, exagerado decir que hasta finales del siglo XIX los matemáticos han oscilado entre el ideal de una matemática pura o abstracta y el de una deducción matemática de lo real, sin ser suficientemente conscientes de la dualidad de inspiración que supone este doble objetivo... La lógica... ha oscilado durante mucho tiempo entre el ideal de una disciplina deductiva y el de un modelo abstracto, pero adecuado, de las "operaciones del pensamiento": de hecho, desde la lógica de Aristóteles hasta la de Goblot (Goblot, 1918), ha perseguido a la vez ambos objetivos" (Piaget, 1972, p. 61-62). Así Boole (1854) considera "las leyes de los símbolos de la lógica", "deducibles a partir de la consideración de las operaciones de la mente en el razonamiento"; e investiga las operaciones del pensamiento en el lenguaje, porque las operaciones lingüísticas y sus leyes expresan las operaciones reales del pensamiento y las leyes que las rigen (Boole, 1952, cap. II y III).

La cuestión en relación con el objeto de la lógica no se plantea en la lógica antigua: existe en el pensamiento griego una total indiferenciación entre el campo de investigación que corresponde a la lógica, a la epistemología y a la metafísica. El estudio de las formas de inferencia válida en su expresión lingüística de Sujeto-Predicado, constituía a la vez la fundamentación del conocimiento verdadero porque expresaba el orden que debe se-

(3) A esta desviación "psicologista" en lógica, corresponde la desviación "logicista" en psicología de la inteligencia.

(4) Pero también en nuestro siglo existen escuelas intuicionistas que mantienen el criterio de "evidencia subjetiva", aún cuando se trate de una subjetividad "trascendental"

guir el pensamiento para alcanzar la verdad irrefutable, en las ciencias de la naturaleza y en las del espíritu. Se suponía que las categorías que determinan la conexión válida Sujeto-Predicado, se referían a la vez al pensamiento, al lenguaje y a las cosas; los principios lógicos regían no sólo el pensamiento y el lenguaje, sino toda la realidad. Y aunque los sofistas permanecieron al nivel de un análisis del lenguaje con fines prácticos, la historia de la lógica sigue la vía marcada por la Academia, el Liceo y los conventos medievales: la lógica constituirá el camino para alcanzar la esencia de lo real. La psicología como ciencia experimental no existía en el mundo griego; la vida mental, la actividad de las potencias del alma racional, se manifestaba en el razonamiento, en las conductas volitivas y en las diferentes expresiones del sentimiento, y el medio para captar estas manifestaciones lo constituía la experiencia subjetiva. Si la existencia del alma inmortal y espiritual explicaba la existencia de sus manifestaciones, a su vez el conocimiento subjetivo de estas manifestaciones era prueba suficiente de la existencia del alma y de su inmortalidad y no corporeidad. La evidencia subjetiva servía fundamento a conclusiones epistemológicas; la premisa de la "intuición intelectual", la universalidad del "ansia de conocer" y de la "capacidad racional", no eran más que generalizaciones a partir de esas experiencias. La única experiencia no subjetiva se encontraba en el análisis del discurso científico, y fue precisamente el análisis del discurso el que permitió el desarrollo de la ciencia de la deducción con los sofistas y Aristóteles; pero la fundamentación del método se basó en el criterio de "evidencia subjetiva".

La seguridad subjetiva en relación con los datos de introspección constituyó un obstáculo epistemológico cuya superación no se vislumbra hasta finales del siglo XIX. Por esto se pensará, aún en ese siglo, que la descripción de las formas de los juicios y razonamientos verdaderos, o la expresión a través de un cálculo de las leyes de la lógica que se manifiestan en el lenguaje, alcanza a las formas y leyes del pensamiento natural, y los psicólogos de la inteligencia utilizarán en sus explicaciones modelos lógicos. Según Piaget, los "hechos de conciencia son, desde el punto de vista del sujeto, de naturaleza implicadora, y conllevan aspectos normativos. Tal es la razón por la que el psicologismo corriente sintió la tentación de reducir, sin más, las normas de la lógica a las "leyes del pensamiento", olvidando que entre la lógica "ingenua" del suje-

to . . . y la del lógico media una distancia análoga a la que separa la "física ingenua" del niño de la del físico . . ." (Piaget y Beth, 1968, p. 194).

Además, aún en el siglo XIX la psicología carecía de métodos de experimentación sistemática para la investigación de los mecanismos reales del pensamiento, lo que explica que, en el campo de la psicología de la inteligencia, se tomara en cuenta sólo el aspecto normativo del pensamiento del sujeto descrito por los lógicos, tendencia a la que Piaget califica de "logicismo": "El logicismo es la tendencia a introducir consideraciones sacadas de la lógica, cuyo objeto depende de la validez deductiva y no de cuestiones de hecho, en el contexto de las explicaciones causales que la psicología trata de fundar únicamente en la experiencia" (Piaget y Beth, 1968, p. 174-175). Aún después del surgimiento de la psicología experimental en el siglo XIX, la psicología del pensamiento se contentará, durante mucho tiempo, con describir sumariamente los conceptos, juicios y raciocinios extraídos de la lógica clásica. Piaget critica la utilización del método introspectivo en psicología de la inteligencia, fundamentalmente porque, al carecer de perspectiva genética, la introspección se dirige exclusivamente a "los estadios finales de la evolución intelectual", y por esto sus conclusiones se fundan en las leyes de la lógica que parecen regir en forma absoluta el pensamiento de los sujetos; los hechos de pensamiento no son explicables entonces en términos psicológicos, reduciéndose el papel del psicólogo a utilizar las formalizaciones de los lógicos para describirlos; ". . . la sombra de la lógica formal continúa proyectándose, como una dato irreductible, sobre la investigación explicativa y causal del psicólogo, mientras no se coloque en un punto de vista resueltamente genético . . ." (Piaget, 1966, p. 43). Su crítica está dirigida especialmente contra la *Denkpsychologie* de la Escuela de Wurzburg que, desde Marbe y Kulpe a K. Buhler y Selz, trató de llegar a los mecanismos del pensar utilizando un método de introspección provocada. Si bien esta escuela genera la reacción contra el asociacionismo y, además, obtiene algunos resultados válidos (entre ellos que el juicio no se reduce a una simple asociación sino que constituye un acto intencional, que la imagen no es un elemento del pensamiento sino un simple auxiliar que no siempre está presente), termina en un "panlogismo" que obstaculiza la investigación psicológica.

4. Y aún después de que tanto la lógica como

la psicología pudieron utilizar métodos propios (matematización y formalización en lógica; experimentación sistemática en psicología), permanece durante cierto tiempo la infiltración psicologista en lógica y la logicista en psicología, lo que producirá una separación radical por desconfianza mutua en la primera mitad del siglo XX. Piaget y Boole, situado éste antes y aquél después de esta etapa, proponen ambos la diferenciación desde puntos de vista distintos debidos a su separación temporal. Después de una primera etapa de total indiferenciación entre lógica y psicología, Boole comenzó a establecer las diferencias al construir un "cálculo lógico" vaciado de contenidos intuitivos.

Durante mucho tiempo las cuestiones descriptivas y las normativas no se diferenciaron suficientemente al tratar de comprender la naturaleza de la ciencia de la lógica; se la entendía a la vez como el estudio de los procesos deductivos y como una descripción de las leyes del pensamiento. Esta indiferenciación que, como lo hemos anotado, se mantuvo hasta tiempos relativamente recientes, se remonta a la lógica antigua aunque explícitamente se manifiesta a partir del Renacimiento (así, para Petrus Ramus una ley lógica era, a la vez, una ley de la razón). Y hasta inicios del siglo XX no se estableció claramente la diferencia entre una disciplina que describe cómo se piensa y cómo se razona de hecho, y que además busca la explicación causal de estos hechos, y una disciplina que se ocupa de fijar las pautas del razonamiento correcto.

En términos generales se dice que la diferencia se establece desde la segunda mitad del siglo XIX, cuando las dos obras de Boole producen lo que se ha llamado el inicio de una revolución en la lógica. Pero si bien Boole es, precisamente, el punto de partida para la formalización de la lógica y, por lo tanto, para su separación definitiva de la psicología y de la filosofía, creemos que su obra (Boole, 1854) no establece suficientemente esa diferencia. En primer lugar, considera "las leyes de los símbolos de la lógica", "deducibles a partir de la consideración de las operaciones de la mente en el razonamiento" (Boole, 1854, 1958, p. 45-46). Dentro de esta línea, deduce la ley de contradicción de lo que para él es una "ley fundamental del pensamiento" (idem, p. 49-51). En segundo lugar, toma como punto de partida el supuesto que afirma la posibilidad de una ciencia de la lógica fundándola en la existencia de leyes del pensamiento que pueden ser conocidas experimentalmente, la ciencia que las descubrirá y expresará

será precisamente la lógica: "... Es innecesario presentar aquí ningún argumento para probar que las operaciones de la mente están realmente sujetas a leyes, y que la ciencia de la mente es por lo tanto posible... Permítaseme suponer que la ciencia de las facultades intelectuales es posible, y consideremos por el momento cómo las conocemos" (Boole, 1854, 1958, p. 3). Anotemos que las leyes objeto de investigación, tanto en la física como en la lógica, preexisten, según Boole, a su descubrimiento. Además, el "conocimiento de las leyes de la mente no requiere como base ninguna colección extensa de observaciones. La verdad general es vista en el caso particular, y no tiene que ser confirmada por la repetición de los casos" (idem, p. 4). O sea: el conocimiento de las leyes que rigen las operaciones mentales, no es probable sino necesario.

En Boole no existe, por lo tanto, un deslinde claro del campo que corresponde a una ciencia puramente normativa; pero tampoco recurre a una ciencia empírica como la psicología para conocer las "leyes del pensamiento". Su punto de partida concreto lo constituye el lenguaje: las operaciones lingüísticas y sus leyes son la expresión de las operaciones reales del pensamiento y de las leyes que las rigen (Cf. Boole, 1854, 1958, cap. II y III). Si afirma el postulado "psicologista", no existe *de hecho* en su obra la interferencia del método y resultados de la psicología con las cuestiones normativas propias de la lógica. La insuficiencia se debe a la falta de distinción entre las condiciones "formales" de validez, y las condiciones "reales" que determinan la existencia de un pensamiento lógico. A la lógica como ciencia "formal" normativa, no le interesan las condiciones concretas que explican la génesis del pensamiento lógico; esto pertenece al campo de la epistemología y de la psicología de la inteligencia. Resumiendo: por no distinguir adecuadamente las cuestiones de hecho de las cuestiones de forma, en relación con el problema de la validez, es que podría tildarse a Boole de "psicologismo". Sin embargo, en el detalle de su obra no se encuentran errores causados por esa interferencia; las deficiencias que presenta su libro de 1854 son debidas a una formalización todavía incompleta, y no a falta de la diferencia apuntada. En la construcción del cálculo lógico no introduce cuestiones de hecho y, desde el punto de vista histórico, el desarrollo posterior de la lógica se basó en ese aspecto puramente formal de su trabajo, y no en las consideraciones especulativas o "psicologistas" que aparecen en su obra.

El lastre de lenguaje "psicologista" que permanece aún en obras que inician la separación entre las dos ciencias, como es el caso de Boole, motivó a los filósofos y lógicos de la primera mitad del siglo XX a iniciar una acción de limpieza barriendo todo vestigio de "psicologismo" del campo de la lógica. Esto tuvo como resultado una actitud de vigilancia constante y de intolerancia recíproca (5).

5. A la cuestión planteada sobre la naturaleza de la lógica, Piaget ha respondido repetidamente que, para él, la lógica formal o logística es la "teoría formal de las operaciones deductivas" (Piaget, J., 1949). A la pregunta: ¿es la lógica la "ciencia positiva de las leyes del pensamiento"? , responde negativamente. Su respuesta no significa que prefiera sustituir simplemente esa definición por otra como "la ciencia positiva de las leyes de la comunicación", o de "las reglas de una sintaxis", sino que cree necesario profundizar en las características que definen una ciencia normativa, y en su relación con las normas propias del pensamiento natural.

(5) En general, en la primera mitad del siglo XX, los psicólogos por su parte han tenido a subestimar el papel de la lógica en el pensamiento de sus sujetos (Henle, 1962): J. S. Bruner, J. J. Goodnow y G. A. Austin afirman que "buena parte del razonamiento humano se apoya en un tipo de proceso temático más que en una lógica abstracta. Ee principal rasgo de este proceso temático es su estructura más bien pragmática que lógica". Los individuos tienden a preferir "proposiciones empíricamente razonables" a proposiciones lógicas (En: Bulbrook, M. E., 1932). Morgan y Morton (1944): "Es probable que una persona acepte una conclusión que exprese sus convicciones sin tener en cuenta la corrección o incorrección de las inferencias que intervienen. Nuestros datos indicarán que la única circunstancia bajo la cual podemos estar relativamente seguros de que las inferencias de una persona serán lógicas es cuando conducen a una conclusión que ya ha sido aceptada" (p. 39). Lefford (1946): Los principios de inferencia lógica "son técnicas que no forman parte del patrimonio común de los sujetos no sofisticados" (p. 144). Distingue "las inferencias psicológicas que pueden ser realizadas por una persona corriente" de la inferencia lógica; la inferencia psicológica es simplemente un hecho (p. 145). Dollar, J. y Miller, N. E. (1950), sostiene que ser lógico es "un impulso aprendido: se castiga al niño por las contradicciones lógicas y los disparates, por los planes ilógicos y contradictorios. El resultado para la mayor parte de la gente, es un impulso aprendido a hacer que las explicaciones y planes tengan apariencia lógica".

"Todas estas afirmaciones de psicólogos tienen en común la suposición de que los principios lógicos son irrelevantes, cuando no antitéticos, con buena parte del razonamiento real". (Henle, 1962).

Se llama pensamiento natural, o "pensamiento real", a los procesos intelectuales tal como se dan en los sujetos concretos y que sólo pueden ser conocidos por observación experimental. La relación entre el pensamiento concreto y la lógica ha sido planteada en nuestro siglo desde diferentes puntos de vista que, básicamente, pueden reducirse a dos: el pensamiento sigue lógicas; el pensamiento no siempre es lógico, o casi no tiene que ver con la lógica (posición bastante generalizada, como anotamos arriba, en la primera mitad de este siglo). Algunos de los que defienden esta segunda posición se basan en los errores que comenten los sujetos en el razonamiento; a lo que responden los partidarios de la primera posición, extrayendo sus argumentos también de estudios experimentales, que los errores no expresan la no existencia de procedimientos lógicos en el pensamiento de los sujetos estudiados, sino la interferencia de otros datos supuestos en la interpretación que el sujeto hace del material que se le presenta. Generalmente esta distorsión del material es causada por el contenido, porque como la mayoría de los sujetos no está constituida por lógicos, no se manifiesta en ellos las tendencia a utilizar únicamente el aspecto formal de la cuestión presentada; además, tienden a seguir normas subjetivas que no están dadas explícitamente. Un ejemplo: el problema de las perlas (Bulbrook, 1932) que consiste en sacar las cuentas de la parte central de un collar sin sacar las de los extremos. La mayoría de los sujetos difícilmente ve la solución en romper las perlas porque suponen que no deben destruir el material, aunque esta regla no se les haya dado. También la interferencia de factores emotivos hace que el sujeto se adhiera a una conclusión emotivamente favorable sin prestar atención al desarrollo de la inferencia (Cf. Piaget y otros, 1977, cap. 2, 5, 6).

De esto se concluiría que los argumentos, fundados en el resultado de experiencias con sujetos concretos, a través de los cuales se ha querido demostrar que el pensamiento no sigue pautas lógicas o que no siempre lo hace, no podrían ser válidos porque en la acción de pensar intervienen, como en cualquier acción humana, una serie de factores no explícitos que estarían provocando una distorsión en el resultado esperado. De aquí que el estudio del pensamiento no pueda hacerse sobre pautas casi exclusivamente verbales; lo que debe interesar es más la coordinación de las acciones mismas que la respuesta verbal.

Piaget que ha sido tal vez el psicólogo que ha dedicado más tiempo a estudiar las relaciones entre

la lógica y la psicología (Cf. Piaget, J., 1949; 1951; 1952; 1953; 1967; 1968), distingue extensa y detalladamente los objetos y métodos propios de la lógica de los de la ciencia que estudia las "leyes del pensamiento". La lógica se ocupa de los principios y reglas de la deducción en su aspecto puramente formal; la psicología de la inteligencia estudia las "operaciones reales del pensamiento". Y, si bien hay convergencia en cuanto a los problemas que atañen a la epistemología de los principios lógicos y a la psicología del desarrollo de las operaciones mentales, existe una independencia radical en los métodos utilizados por la lógica y la psicología de la inteligencia. La lógica es autónoma en relación con cualquier "normatividad" aceptada social o individualmente por los sujetos; en cambio a la psicología le interesa el origen de esas normas comúnmente aceptadas a nivel subjetivo.

Piaget propone una coordinación de la lógica con la psicología. Su posición es la siguiente: si la logística intentase negar la validez de la investigación experimental cuyo objeto es el pensamiento lógico, esta actitud no tendría fundamento científico alguno. El enunciado que afirma la invalidez de ese tipo de conocimiento es extralógico; a pesar de que los lógicos quieren plantear el asunto como una cuestión de derecho (normativa), sin embargo no puede resolverse dentro del campo de la lógica porque se trata de una cuestión de hecho, y sólo los hechos podrían tener la última palabra. Piaget afirma entonces que la psicología de la inteligencia debe existir como ciencia experimental independiente de la lógica, sin atenerse a lo que ésta le permita o no. Además, "... el cálculo expresa las operaciones como tales y, por refinada que pueda ser su axiomatización, los axiomas no describen en fin de cuentas más que el juego de un cierto número de "operadores" fundamentales, cuyo papel irreductible ha sido puesto en evidencia, precisamente, por la formalización" (Piaget, 1949, p. 10). Al lógico no le corresponde preguntarse por el origen de los mismos; corresponde al psicólogo explicar causalmente las operaciones lógicas, esto es, explicar cómo se han construido esas estructuras operatorias que subyacen a toda formalización; o sea, relacionar los operadores lógicos con las acciones reales del sujeto. Según Piaget, en su afán de separar completamente a la lógica de todo contacto con los hechos, algunos lógicos han querido "reducir el pensamiento al lenguaje antes que descubrir sus relaciones con la acción", y olvidarse así del concepto de "pensamiento" como realidad

empírica; "... como dicen Carnap y Wittgenstein, ya que $1 + 1 = 2$ sólo es una tautología, característica de ese lenguaje que es la "sintaxis lógica" y que no interesa al pensamiento mismo, cuyas indagaciones son específicamente experimentales", la acción de reunir dos unidades en un todo, operación que interesa a la psicología, es una acción ilusoria desde el punto de vista de la logística. Pero este argumento no puede eliminar el hecho de que la operación es una realidad mental que debe ser estudiada empíricamente por el psicólogo. All llamar a la noción de operación "antropomórfica" Couturat no elimina esta realidad" (Piaget, 1966, p. 34-35). El pensamiento individual en su acción de comprender los entes lógico-matemáticos, para asimilarlos "tendrá que reconstruirlos mediante operaciones psicológicamente reales" cuya existencia ningún lógico podrá negar (Piaget, 1966, p. 35-36).

Además, al afirmar la independencia de los entes lógico-matemáticos respecto a las operaciones que los engendran, los lógicos se enfrentan "con la dificultad fundamental del realismo de clases, de las relaciones y de los números, que es la de las antinomias relativas a la "clase de todas las clases" y al número infinito actual. Contrariamente, desde el punto de vista operatorio, los entes infinitos no son más que la expresión de operaciones susceptibles de repetirse indefinidamente" (Piaget, 1966, p. 36).

Por lo tanto debe admitirse, en primer lugar, que los puntos de vista de la lógica y de la psicología son radicalmente diferentes; la lógica se ocupa de la validez formal de las composiciones operatorias y de su fundamentación puramente axiomática; el campo de la psicología es el de las operaciones *reales* del pensamiento, y su finalidad es explicarlas causalmente. En segundo lugar, existe una independencia total en los métodos: la formalización lógica no utiliza datos psicológicos, ni el psicólogo debe aceptar en sus investigaciones la imposición de los lógicos. En tercer lugar, debe existir coordinación y colaboración entre las dos disciplinas, así como los físicos emplean la matemática, el psicólogo puede emplear la lógica para construir un modelo formal de las operaciones reales del pensamiento. La utilización de un modelo lógico permitirá al psicólogo una comprensión mayor de los procesos de razonamiento. Piaget construye una lógica, que denomina "operatoria" o "psicológica", utilizando básicamente el modelo de Boole, y que constituye un modelo algebraico de las ope-

raciones del pensamiento natural. No utiliza un modelo extraído de la logística actual porque en ella las operaciones han sido reducidas a un esquema, sobre el cual se ha montado un aparato formal que desborda, en complejidad, el pensamiento natural propio de los sujetos concretos. Además, las operaciones del pensamiento pueden expresarse a través de un cálculo lógico, pero no son susceptibles de axiomatización. Por ejemplo, los 16 operadores binarios se encuentran en el lenguaje ordinario y en el pensamiento como "operaciones algebraicas" y no como "simbolismo formalizado: se trata de las operaciones V, \wedge, \rightarrow , etc., a las cuales se buscará eventualmente un equivalente en el lenguaje o en los mecanismos mentales, y no en los axiomas sobre los que se funda la mención y el empleo de estas operaciones en lógica" (Piaget y otros, 1977, p. 66).

La utilización del modelo lógico permite al psicólogo establecer las "conexiones existentes entre estas operaciones y las estructuras de conjunto de las que las operaciones eventualmente dependen" (idem., p. 67). Afirma que es un instrumento adecuado para llegar hasta la "estructura total que explicaría esas sincronías en el desarrollo y que daría cuenta de las posibilidades nuevas que se abren al espíritu a partir del nivel considerado" (idem., p. 67).

En resumen: Piaget deslinda el campo propio de la lógica y el de la psicología, pero afirma la continuidad de las operaciones del pensamiento natural en las "operaciones formalizadas y axiomatizadas de la lógica". El pensamiento sigue imperativos lógicos pero, como todos los acontecimientos reales, se desvía respecto al modelo abstracto por la interferencia de factores aleatorios. El origen de la normatividad lógica sería un misterio, como lo fue durante tanto tiempo para los filósofos, si no pudiera ser explicada a partir de las operaciones reales del pensamiento. El modelo lógico constituye la pauta ideal, y relativa al nivel de conocimientos alcanzado, para comprender los mecanismos del pensamiento concreto. Pero los sistemas extremadamente axiomatizados, si bien suponen siempre en su base el sistema de las operaciones naturales, no lo reflejan sino que en parte lo esconden tras la sofisticación del lenguaje formalizado. La psicología del pensamiento constituye la ciencia experimental que corresponde a la lógica formal o "axiomática de los estados de equilibrio del pensamiento" (Piaget, 1966). O sea: la psicología debe explicar la génesis de esos "estados de equilibrio".

II. La lógica operatoria de J. Piaget

1. Señalamos antes que Piaget insiste en que la "teoría formal" de las estructuras operatorias del pensamiento, que trata de explicar el funcionamiento del pensamiento real mediante sistemas de conjunto de los que dependen las operaciones, no puede confundirse con la "lógica axiomática" a la que no interesan los problemas relativos al pensamiento concreto y en devenir (6). La axiomatización "constituye una de las formas superiores de la estructuración del pensamiento"; Piaget distingue entre las condiciones elementales axiomáticas que interesan al especialista en lógica, y las condiciones elementales genéticas que interesan al psicólogo ocupado en estudiar el desarrollo y los mecanismos del pensamiento real (Cf. Piaget, J. y Beth, E.W., p. 314). Para Piaget, en "toda forma de pensar lógico-matemática, el proceso que sigue el saber no consiste en copiar la realidad, sino en esquematizarla, y . . . el comienzo de abstracción que es inherente a todo esquematismo, conduce, tarde o temprano, a la esquematización de orden superior que es la axiomatización" (idem.). El esquematismo procede de una abstracción efectuada a partir de las acciones ejercidas sobre los objetos (ordenar, clasificar, etc.); esto explica el carácter de construcción autónoma que caracteriza a las operaciones lógico matemáticas. Si se quiere describir las condiciones elementales "genéticas" no se puede tomar como punto de partida la lógica axiomática puesto que ella es el resultado de un proceso de formalización que "se apoya sobre estructuras que se elaboran estadio por estadio" (Piaget, J., 1972a, p. xiii); la función de la lógica operatoria utilizada por el psicólogo es "liberar las estructuras elementales que preceden a la matematización" (o sea, a la axiomatización - Piaget, J., 1949, p. 99), para "aprehender la naturaleza de los conocimientos en función de sus mecanismos formadores . . ." (Piaget, J., 1972a, p. xii).

(6) Esto no significa que la "teoría formal" que él propone no pueda ser axiomatizada; Piaget cree que es posible construir una lógica de estos "sistemas de conjunto", una lógica de las totalidades, que no sirva únicamente para expresar las operaciones elementales del pensamiento real, sino que constituya un sistema axiomático, construido por especialistas en lógica, que guarde relación con el sistema concreto. Afirma que el "tratar de volver a lo concreto", es también útil a la logística como tal. Pero esta lógica axiomática está por construirse; de hecho en esto trabajan actualmente especialistas en lógica que coincidan con Piaget, pero en la realidad es sólo una aspiración que guía algunas investigaciones lógicas.

Para describir la estructura y los mecanismos del pensamiento real, Piaget utiliza un modelo construido a partir del álgebra booleana. Este modelo lo presenta por primera vez en 1942 (Piaget, J., 1942), y luego, en forma más completa, en su *Traité de logique* (Piaget, J., 1949), al que describe como la obra de "un psicólogo que se interesa por la lógica en tanto ella permite construir un modelo depurado de las estructuras del pensamiento" (Piaget, J., 1949, p. v). Tanto esta obra como el *Ensayo acerca de las transformaciones de las operaciones lógicas*, redactado por la misma época y publicado en 1952 (Piaget, J., 1952), cumplen la misma finalidad: "... presentar un modelo lógico de las operaciones reales del pensamiento, o más precisamente, una imagen del proceso según el cual la lógica formaliza progresivamente las operaciones concretas del espíritu" (Piaget, J., 1949, p. v). Este instrumento de análisis lógico es aplicado por primera vez a la interpretación del pensamiento real en la obra *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*, publicada en 1955 (Piaget, J., e Inhelder, B., 1972).

Piaget se decide a escribir su *Traité de logique* (1949), sin ser él mismo especialista en lógica, porque no encuentra en esa época ningún especialista que se atreva a hacerlo, ya que se trataba de "mostrar cómo se construyen las formas lógicas", o sea, las "estructuras elementales de clases, de relaciones, de números, de proposiciones, etc., formalizadas con total independencia y autonomía por el lógico, y de buscar cuáles son sus relaciones con las "operaciones" del pensamiento "natural", mucho más pobre y no formalizado" (Piaget, J., 1972a, p. xi).

Ha defendido sin reservas el empleo de la lógica moderna en el estudio de los procesos reales del pensamiento. Opina que la formalización "por artificial que pueda parecer... constituye, en realidad, un instrumento irremplazable de disección de conceptos que logra hacer evidentes sus implicaciones y conexiones estructurales"; de esta manera el análisis regresivo de fundamentación que efectúa el lógico, le ayuda al psicólogo en su análisis regresivo de las condiciones de formación de un concepto (Piaget y Beth, 1968, p. 313). La lógica no sólo le sirve al psicólogo para comprender mejor, sino también para descubrir elementos determinantes desde el punto de vista estructural, en el proceso de formación y utilización de los conceptos (Piaget, 1972 (1951), p. 76-90). Pero ha ido más allá de esta posición puramente instrumental en relación con la lógica, afirmando un iso-

morfismo entre las estructuras de la lógica operatoria que gusta llamar "lógica de las totalidades", y el sistema concreto de las operaciones del pensamiento natural (Piaget, 1949). Sin embargo en algunos textos no parece definirse claramente en relación con esto; por ejemplo, para expresar simbólicamente la estructura propia del estadio más avanzado de evolución cognitiva (estadio formal), afirma que utiliza el "simbolismo proposicional corriente, en lugar de construir un simbolismo particular con vistas a tales combinaciones proposicionales "naturales"; pero a la vez advierte que no quiere "hacer ninguna hipótesis acerca de la correspondencia entre la estructura formal y la natural, salvo la de que ambas involucran la misma combinatoria elemental..." (Piaget y Beth, 1968, p. 225). Tal vez las críticas que algunos lógicos epistemólogos y psicólogos presentaron a su *Traité de logique* (Beth señala cerca de 40 objeciones en 1950), lo condujeron a hacer a un lado la cuestión del isomorfismo. Además, en fecha más reciente el lógico belga Leo Apostel (Apostel, L., 1965), ha criticado, si bien en forma constructiva, la utilización del álgebra booleana como modelo de las operaciones concretas del pensamiento real, y ha afirmado que el funcionamiento del pensamiento real que presenta Piaget en su libro de 1955 (Piaget, J. e Inhelder, B., 1972), se desvía fuertemente del modelo lógico del álgebra booleana. La formalización de los razonamientos concretos de los jóvenes que aparece en el libro es insuficiente (7). Sin embargo Apostel opina que las novedades descubiertas, "... en lugar de producirnos inquietud, deben darnos confianza. En efecto, la lógica contemporánea en su búsqueda de las propiedades de la implicación natural, de la verdadera deducción, se ha alejado también del álgebra booleana. Lo que constituía antes un escándalo (la incomprensible distancia entre los descubrimientos de la epistemología genética y los de los lógicos que realizaban el estudio de la implicación natural) podría dejar de serlo..." (Apostel, L., 1965).

2. Cuando Piaget utilizó el álgebra booleana ya ésta había sido perfeccionada por los lógicos y matemáticos que continuaron la obra de Boole (Cf. Kneale, 1972, p. 389-395): a) tabulación de las posibilidades alternativas de verdad (Frege en su *Begriffsschrift* en 1879 con el fin de expresar en forma más clara las expansiones booleanas; luego Peirce, 1885; Post y Wittgenstein, 1920; b) uti-

(7) Ver más sobre esto en p. 39-41.

lización de diagramas a base de espacios intersecantes que ilustran las relaciones entre clases y las condiciones de verdad de las proposiciones (J. Venn en su *Symbolic Logic* de 1881 representa todas las posibles combinaciones por medio de áreas diferentes, para pasar luego a señalar cuáles han de ser nulas y cuáles no para que una proposición determinada sea verdadera; estos diagramas ilustran la teoría de la expansión mediante la cual Boole justifica sus diversos procedimientos de cálculo); c) el signo + se usa en el sentido de "o" incluso sin imponer ninguna restricción acerca de la índole de los signos entre los que pudiera intervenir (Jevons: *Pure Logic* o *Logic of quality apart from quantity*, 1864).

Piaget no emplea el álgebra booleana en su forma estrictamente axiomática, tal como la presentan los trabajos de A.N. Whitehead en 1898, y de E.V. Huntington en 1904 y 1933 (Cf. Kneale, 1972, p. 391-392). Además, a la par del sistema booleano utiliza también las estructuras de conjunto que define el álgebra moderna (grupo, corps, anillo, retículo, etc.): "A falta de la lógica axiomática, ¿habrá que dirigirse entonces al álgebra general? En un cierto sentido, sí, puesto que la teoría de grupos y de retículos nos enseñará más acerca del mecanismo operatorio del pensamiento que los axiomas de la lógica formalizada..." (Piaget y otros, 1977, p. 68).

3. Las abstracciones efectuadas por el sujeto a partir de las acciones que ejerce sobre los objetos, producen cierto número de sistemas operatorios elementales (8) que explican el paso del pensamiento representativo al operatorio (hacia los siete-ocho años), y que permitirán más adelante (hacia los 12-15 años), substituir el pensamiento operatorio concreto que sólo funciona apoyándose en la manipulación de objetos o en la representación de éstos mediante imágenes (o sea, en la prolongación representativa de la manipulación posible), por el pensamiento hipotético deductivo (pensamiento formal) que se apoya en los enunciados verbales.

En la etapa de pensamiento concreto (7-12 años), "de estructuras limitadas y que funcionan

(8) Las "operaciones elementales" son las más simples, o sea, las acciones más fundamentales del sujeto pensante (substituciones, clasificaciones, encadenamientos, correspondencias, etc.), en tanto que aplicadas a objetos cualificados y no a unidades cualesquiera" (la logística matemática no incluye una lógica de las operaciones elementales).

sólo con ocasión de la manipulación de objetos... las formas están en camino de disociarse de su contenido, pero sin haberse llevado a cabo la disociación: existe un comienzo de ésta, dado que se construyen unas estructuras cuyos aspectos formales podría desgajar un lógico y ofrecernos una formalización adecuada de ellos (véase, en el Cap. 8, #45, la formalización de la estructura del "agrupamiento" dada por J.B. Grize). Sin embargo, desde el punto de vista del sujeto, tales formas no llegan a funcionar más que ligadas a su contenido..." (Piaget y Beth, 1968, p. 297).

Desde el punto de vista estructural, único que interesa a la lógica, las "operaciones concretas" constituyen sistemas limitados. Para expresar simbólicamente sus características estructurales, Piaget utiliza la noción de "agrupamiento". Introduce esta noción en 1942 (Piaget, 1942); "psicológicamente el "agrupamiento" consiste en cierta forma de equilibrio de las operaciones, vale decir, de las acciones interiorizadas y organizadas en estructuras de conjunto, y el problema consiste en caracterizar este equilibrio a la vez en relación con los diversos niveles genéticos que lo preparan, y en oposición con las formas de equilibrio propias de otras funciones que no sean la inteligencia (las "estructuras" perceptivas o motrices, etc.). Desde el punto de vista logístico, el "agrupamiento" presenta una estructura suficientemente definida (emparentada con la del "grupo", aunque diferenciando en algunos puntos esenciales), y que expresa una sucesión de distinciones dicotómicas; sus reglas operatorias constituyen, pues, precisamente, esa lógica de las totalidades que traducen en un esquema axiomático o formal el trabajo del espíritu, al nivel operatorio de su desenvolvimiento, esto es, en su forma de equilibrio final". (Piaget, 1966, p. 56-57).

La psicología experimental llegó pronto a la conclusión de que la actividad del espíritu se manifiesta, ya desde las primeras semanas de vida del niño, como una actividad totalizadora. No entraremos aquí en los detalles de descripción de las estructuras no operatorias, como las perceptivas y motrices, ni a señalar sus diferencias (Cf. Piaget, 1966). Solamente nos interesa aclarar que la actividad operatoria, de equilibrio más fuerte, se caracteriza por una mayor movilidad (permite un mayor número de transformaciones), y que esta movilidad y la estabilidad que de ella se deriva, crecen a medida que se construyen las estructuras formales (el mecanismo genético de la abstracción reflectora

da cuenta del proceso de construcción de las estructuras de equilibrio más fuerte a partir de estructuras más débiles; cf. Piaget, 1975 y 1977, PUF).

El concepto, elemento del pensamiento y, a la vez, elemento de la lógica tradicional clásica, no puede existir fuera de un sistema operatorio: "... una "clase" no podría existir por sí misma... Como instrumento del pensamiento real, y abstracción hecha de su definición lógica, sólo constituye un elemento "estructurado" y no "estructurante", o, al menos, está ya estructurado en la medida en que es estructurante; no tiene realidad sino en función de todos los elementos a los cuales se opone o en los cuales está introducido (o que él mismo introduce). Una "clase" supone una "clasificación", y el hecho primario está constituido por esta última... Independientemente de una clasificación de conjunto, un término genérico no designa una clase, sino una colección intuitiva" (Piaget, 1966, p. 55; cf. Piaget e Inhelder, 1973). Una relación tampoco existe aislada sino es como "referencia perceptiva, o intuitiva": "La "seriación" constituye, pues, la realidad primaria, de la cual una relación asimétrica cualquiera sólo es un elemento momentáneamente abstracto". (Piaget, 1966, p. 55; cf. Piaget e Inhelder, 1973). Además: "... es preciso recordar igualmente que un número entero no existe, psicológica y lógicamente (pese a Russell), sino a título de elemento de la sucesión misma de los números (engendrada por la operación +1); que una relación espacial supone todo un espacio, que una relación temporal implica la comprensión del tiempo a título de esquema único? En otro terreno, ¿habría que insistir en el hecho de que un valor sólo vale en función de una "escala" de valores completa, momentánea o estable?" (Piaget, 1966, p. 55-56). Por esto "el problema central de una lógica que pretenda adecuarse al trabajo real del espíritu... es el de formular las leyes de esas totalidades como tales" (Piaget, 1966, p. 56).

4. Para construir esa "lógica de las totalidades" Piaget emplea tres estructuras operatorias, dos, el grupo y el reticulado, las toma del álgebra moderna, la tercera, el agrupamiento, la construye él.

A. El grupo: es la estructura matemática fundamental. *Condiciones:*

- a. Dos operaciones del sistema tienen como producto una nueva operación del sistema.

- b. Toda operación del sistema puede ser anulada por una operación inversa.
- c. Existe sólo una operación idéntica, producto de toda operación directa y su inversa, y tal que su composición con una operación cualquiera no modifica a ésta.
- d. Las operaciones son asociativas.

Existen dos operaciones fundamentales desde el punto de vista lógico, que el grupo no podría incorporar: $A + A = A$ y $A + B = B$. Esto marca la frontera entre la lógica y las matemáticas (Piaget, 1949, p. 94).

B. La red (o reticulado): es una noción más abarcadora que la de grupo porque un grupo y sus subgrupos constituyen una red. Expresa muy bien la estructura parcialmente ordenada del conjunto de las partes de un conjunto total, o sea, permite definir, en estricto lenguaje formal, la relación mutua entre las diferentes partes de un mismo todo. Un sistema parcialmente ordenado es un sistema en el cual si tenemos dos elementos a y b , debe definirse si a viene antes que b , o lo contrario; o si no tienen relación de anterioridad. Se llama red, entonces, un sistema parcialmente ordenado en el cual todo par de elementos posee un límite inferior, es decir el más grande de los menores (o intersección), y un límite superior, el más pequeño de los mayores (o unión) (Piaget, 1949, p. 95) (9). El concepto fundamental es la relación de inclusión entre una parte y otra ($> < =$). Las redes también pueden ser descritas en términos de las propiedades algebraicas V e Λ , exactamente definidas, sin referencia al concepto de orden. En toda red las operaciones de unión e intersección son conmutativas, asociativas y de la misma potencia ($x V x = x \Lambda x = x$). Además, satisfacen la ley de contracción: $x \Lambda (x V y) = x V (x \Lambda y) = x$ para todo x e y . Estas leyes se deducen de la condición: los elementos poseen una relación reflexiva ($x \geq x$) para todo x , transitiva y antisimétrica (si $x \geq y$, e $y \geq x$, entonces $x = y$).

Boole fue quien primero estudió, hacia 1850, la estructura algebraica de la red complementaria distributiva por sus aplicaciones en lógica; las propiedades que presenta esta estructura le permitirán expresar toda la lógica en forma de un puro cálculo simbólico. Pero en el sistema de Boole la ley de

(9) Hay un elemento máximo $x \Lambda y$ que está contenido en ambos, y un elemento mínimo $x D y$ que contiene a ambos.

contracción sólo es válida parcialmente: $x \wedge x = x$. Al eliminar la ecuación $x \vee x = x$, no podrá aplicar el principio de dualidad para la unión y la intersección que utiliza De Morgan en sus reglas (10).

Cuando se trata de aplicar la estructura de la red a la reestructura de conjunto que corresponde a una clasificación, se presentan ciertas limitaciones:

- Primero: los límites inferiores son nulos en caso de clases disyuntas (no pueden tener ningún elemento en común).
- Segundo: varios pares de clases tienen los mismos límites inferiores y superiores.
- Tercero: No existe reversibilidad completa (si $\overset{a}{\leftarrow}$ un par de clases corresponde un sólo límite superior, la operación inversa no es posible (11).

Ejemplo:

$A = B - A'$ y $A' = B - A$, pero A y C' tienen el mismo límite D , y

$A = D - C'$ no puede darse, sino:

$A = D - C' - B' - A'$ (Piaget, 1949, p. 95).

C. *Agrupación* (o agrupamiento): Piaget parte de la estructura del reticulado sin las restricciones que introduce Boole. Pero introduce limitaciones de otro tipo que las de Boole para poder describir formalmente los sistemas elementales de clases y relaciones. Las clasificaciones bajo su forma lógica más simple constituyen una semi-red (Piaget, 1949, p. 91), ya que reposan sobre las "solas no-

ciones de clases débilmente estructuradas" (12).

Por otra parte las seriaciones elementales también constituyen un semi-reticulado porque están construidas a partir de clases semi-estructuradas (13).

Las llama "semired" porque todos los límites inferiores son nulos en caso de clases disyuntas y todas las clases del mismo rango lo son (Piaget, 1949, p. 95), por el contrario como señalamos anteriormente, la red debe tener siempre el límite inferior y el superior. Además varios pares de clases tienen los mismos límites inferiores y superiores. Al no permitir la reversibilidad completa la estructura del reticulado no se adecúa suficientemente al funcionamiento del pensamiento. ("... la reversibilidad es la condición de toda racionalidad...").

"El "agrupamiento" no tiene interés matemático, sólo lógico; está constituido por relaciones intensivas solamente. Constituye una secuencia simple o múltiple de inclusiones dicotómicas" (Piaget, 1949, p. 97). En el "agrupamiento" las clases del mismo rango son disyuntas (su intersección es la clase nula, es decir, no tienen ningún elemento en común), y la partición es dicotómica (clases primarias y secundarias). Las operaciones propias del "agrupamiento" son:

- a. operación directa: consiste en reunir una clase y su complementaria bajo la clase incluyente más cercana.
- b. operación inversa: anula la operación directa.
- c. operación idéntica: es el producto de la operación directa y su inversa, y tal como su composición con una operación cualquiera no modifica a ésta.

(10) A partir de esta restricción podría afirmarse que de hecho, pero no intencionalmente, Boole hace depender las leyes de la lógica de las leyes parciales del número, puesto que como 0 y 1 no satisfacen la ecuación $X \vee X = X$ (sólo 0 la satisface), esta ecuación no es válida en su sistema (Cf. Boole, 1854, 1958, cap. III, 12-16).

(11) "Ahora bien, la reversibilidad es la condición de toda racionalidad... La reversibilidad juega, en efecto, en una lógica operatoria, el papel que asumía la identidad en la lógica clásica de los conceptos... El problema consiste entonces en definir una estructura que concilie la reversibilidad propia del grupo y el sistema de inclusiones limitadas propias de la red. El "agrupamiento" llena esta doble exigencia. Se le puede concebir ya sea como una red reversible gracias al juego de dicotomías o complementariedad jerárquicas... ya sea como un grupo cuya movilidad es restringida por la introducción de inclusiones que implican identidades especiales $A \overset{+}{\leftarrow} A = A$ y $A \overset{+}{\leftarrow} B = B$ (Piaget, 1949, p. 96).

(12) Def. 11: "Llamaremos "débilmente estructuradas", las clases tales que los individuos pertenecientes a ellas (por ejemplo B) están religados entre ellos por la posesión de ciertas cualidades comunes $\overset{b}{\leftarrow}$ propias a esta clase, sin que ninguna operación dada permita construir a partir de esas propiedades $\overset{b}{\leftarrow}$, las cualidades $\overset{c}{\leftarrow}$, etc., propias a las clases C, etc., en las cuales la clase B está incluida, ni las cualidades $\overset{a}{\leftarrow}$ propias a las clases A incluidas en B" (Piaget, 1949, p. 69).

(13) Def. 12: "Llamaremos "semi-estructuradas" las clases ordenadas $A \rightarrow B \rightarrow C$... tales que las relaciones asimétricas (\rightarrow), que unen un elemento A de la clase a un elemento C, constituyen la suma de las relaciones parciales ($A \rightarrow B$) ($A \rightarrow C$), pero sin que ninguna operación dada permita componer la relación $A \rightarrow C$ a partir de la sola relación $A \rightarrow B$ (es decir sin que sea posible transformar $A \rightarrow B$ en $B \rightarrow C$ o en $A \rightarrow C$." (Piaget, 1949, p. 70).

- d. identidad especial: "toda operación + K funcionará como operación idéntica o de nivel superior: $A + A = A$; $-A + -A = -A$; $A + B = B$ (Piaget, 1949, p. 98).
- e. las operaciones son asociativas, pero con ciertas restricciones debido a la complementariedad propia de las relaciones contiguas producidas por la participación dicotómica. Por ejemplo, no se puede tener:

$(A' + B) - A' = A' + (B - A')$, pues el primer miembro sería igual a A porque $B - A' = A$, mientras que el segundo miembro daría B porque $B - A' = A$ y $A' + A = B$.

El agrupamiento, entonces, no puede combinar más que operaciones contiguas y esa es su diferencia esencial con el grupo. Dos clases elementales cualquiera no pueden ser relacionadas más que por el intermediario de las clases que las encierran. La unión de A y C' no se puede efectuar más que por medio de su totalidad común D : $(A + C' = D - A' - B')$.

Las operaciones a-d han sido extraídas de las propiedades de las redes. La última es propia exclusivamente del "agrupamiento" porque en la red no se toman en cuenta estas contigüidades.

El "agrupamiento" es un sistema carente de generalidad desde el punto de vista lógico, debido a sus múltiples limitaciones. El interés que presenta es, por lo tanto, esencialmente psicológico ya que parece constituir el punto de partida de las demás estructuras. Piaget ha creído conveniente formalizarlo para dar precisión a su estudio (14). Pero las formalizaciones efectuadas no han sido del todo exitosas en clarificar el alcance de esta estructura, porque o bien han tenido que utilizar estructuras poco manejables porque son demasiado grandes, o bien "redes limitadas por convenciones" (Cf. Piaget, J., 1972 a, *Note complémentaire*). Piaget cree que la causa de esta dificultad es la inmediatez de forma y contenido que existe en el agrupamiento; sin embargo, aclara (Piaget, J., idem) que el lógico A. Wermus "acaba de lograr esta axiomatización de los agrupamientos", introduciendo el predicado binario x y (llamado "sucesor inmediato"), y el símbolo nuevo \sqrt "que reemplaza el "U" de la red y expresa la unión de

cercano a cercano propia de los "agrupamientos". Esta operación de "unión contigua" $x \sqrt y = z$, engendra el sucesor inmediato "z" de dos elementos contiguos (x, y)" (Piaget, J., idem) (15).

Encuentra la estructura del agrupamiento en ocho sistemas diferentes (16), "todos representados en grados diversos de acabamiento, en el comportamiento de los niños de siete a ocho hasta los once a doce años, sistemas que se diferencian entre sí según se trate de clases o de relaciones, de composiciones aditivas o multiplicativas, y de correspondencias simétricas (o biunívocas) o asimétricas (o counívocas)". (Piaget, J. y Beth, E. W., 1968, p. 217).

Agrupaciones de clases:

Aditivas:

- I. Adición simple (encajamientos simples): truchas incluido en peces, en animales, en seres vivos.
- II. Vicarancias (o vicarías): los suizos más todos los extranjeros con respecto a Suiza = los holandeses más todos los extranjeros con respecto a Holanda.

Multiplicativas:

- III. Bi-unívocas (17) (clasificación por tablas de dos o n entradas): objetos clasificados simultáneamente en redondos o cuadrados y en rojos o blancos.
- IV. Co-unívocas (clasificaciones que corresponden a árboles genealógicos: una de las dimensiones está constituida por el antepasado, sus hijos, sus nietos, etc., y la otra, la de los hermanos, primos hermanos, etc.).

(15) Ver artículo de Wermus sobre la formalización de los agrupamientos en: *Archives de psychologie* (Ginebra), 42, 1973, n. 163.

(16) Los presentamos aquí resumidos, pero pueden verse la descripción detallada en: Piaget, 1949, 1972a; Piaget, 1966.

(17) Piaget utiliza esta agrupación para extraer 16 combinaciones que definen los 16 funtores o conectivas del cálculo proposicional de dos variables de la lógica bivalente. Una tabla $T = (P \vee -P). (Q \vee -Q)$, y el resultado se combina con las posibilidades de V o F que son cuatro. El conjunto de estas agrupaciones es el conjunto de combinaciones posibles.

(14) Véase la formalización efectuada por el lógico J. B. Grize en: Piaget, J. y Beth, E. W., 1968, p. 215-216. O en Grize, J. B., 1960.

*Agrupaciones de relaciones:***Aditivas:**

- V. Encadenamiento de relaciones asimétricas transitivas (18).
- VI. Encadenamiento de relaciones simétricas transitivas (y aliotransitivas).

Multiplicativas

- VII. Biunívocas: multiplicación entre dos seriaciones que se refieren, bien a la misma relación (correspondencia serial entre dos filas distintas de objetos ordenados de acuerdo con una y la misma seriación; por ejemplo, unas figuritas humanas cada vez mayores en correspondencia con unos bastoncitos cada vez mayores), bien dos relaciones distintas (objetos ordenados de acuerdo con peso y volumen simultáneamente).
- VIII. Counívocas: corresponde a las relaciones genealógicas que habían aparecido ya en IV traducidas en clasificación de términos.

5. Los agrupamientos elementales no involucran aún combinatoria alguna, y "por tanto no disponen de todas las operaciones posibles en un álgebra de Boole" (Piaget y Beth, 1968, p. 217). Las operaciones formales que hacen posible el pensamiento hipotético-deductivo se construyen a partir de las "operaciones concretas", a las que corresponde la estructura del "agrupamiento". Estructuras que estuvieron separadas mientras la inteligencia sólo manipuló objetos en función de sus propiedades perceptivas, se reúnen formando un reticulado completo y un grupo de combinaciones (INRC) que contiene la transformación inversa y la recíproca en un único sistema. Si bien "el reticulado del álgebra de Boole está virtualmente implicado en los agrupamientos de clasificación, puesto que basta generalizar éstos (por vicaría) a todas las clasificaciones posibles por medio de unos elementos dados para obtenerlo; pero la combinatoria que conduce a este resultado, y que el niño descu-

bre de hecho en el nivel mismo en que construye las primeras operaciones interproposicionales (implicación, disyunción, etc.), constituye, por otra parte, una operación nueva, ya que, por más que no consista sino en una generalización de la clasificación, es preciso adquirir conciencia de esta posibilidad y dedicarse a cierta clasificación entre todas las posibles...; o sea, construir unas operaciones que versen sobre operaciones anteriores..." (Piaget, H. y Beth, E. W., 1968, p. 298).

Para describir esta nueva estructura propia del pensamiento formal (cuya manifestación principal en el comportamiento de los sujetos es que pueden razonar en abstracto, tomando una proposición como hipótesis independientemente de la verdad de su contenido), Piaget emplea el cálculo proposicional bivalente (Cf. Piaget J. y Beth, E. W., p. 224-231; Piaget, J. e Inhelder, B., 1972; Piaget, J., 1966; Piaget, J., 1949).

Leo Apostel (19) afirma (Apostel, L., 1965) que "es preciso construir nuevos cálculos" porque el cálculo de la lógica proposicional corriente parece no ser suficiente para expresar el comportamiento cognitivo propio de los sujetos examinados por Piaget (se refiere concretamente a la obra *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*, y específicamente al capítulo XVI de la misma), y se pregunta "sino debería privarse al álgebra booleana, que desempeña un papel tan importante tanto en el pensamiento de Piaget (como formalización de uno de los niveles más avanzados del desarrollo del pensamiento) como en la lógica actual (como prototipo del álgebra de los subconjuntos de un conjunto, del cálculo de clases y del cálculo clásico de proposiciones), de la importancia central que le hemos atribuido, para ser reemplazada por otras álgebras, algunas de las cuales están ya desarrolladas y otras están en gestación, y que serían representantes más fieles, tanto de la línea evolutiva del pensamiento natural, como de las tendencias de desarrollo de la lógica actual". (Apostel, L., 1965, p. 89-90). Propone "una lógica al mismo tiempo combinatoria y modal" aunque él no la presenta en forma acabada. Insiste sobre todo en el problema planteado por la implicación causal tal como se emplea en el libro de Piaget e Inhelder (1955, 1972), porque la expresión formal de los razonamientos de niños que allí se presentan, no

(18) Según Piaget, el sistema de los números naturales que se adquiere, en forma elemental, a lo largo del período de operaciones concretas, se construye por síntesis progresiva de los agrupamientos I y V (Cf. Piaget y Beth, 1968, cap. 10-11).

(19) Profesor en la Universidad de Gante, y colaborador del Centre International d'Épistémologie Génétique de Ginebra.

podría lograrse con el álgebra booleana. Introduce en el cálculo que propone las nociones de *tiempo*, *operación* y *posibilidad (o necesidad)* (Apostel, L., 1965, p. 91), porque en el libro se explican las reacciones de los sujetos en términos de equilibrio y desequilibrio, de dinámica y estática, y éstas son oposiciones temporales. Además, para oponer el pensamiento preoperatorio al operatorio se necesita de la noción de operación; y, "finalmente, la primacía de lo posible que caracteriza el estadio formal sólo puede comprenderse en la medida en que se ha desarrollado una lógica modal (de lo necesario y de lo posible)" (idem, p. 91-92) (20).

Pero lo que nos parece más problemático, desde el punto de vista de la formalización, en los trabajos de Piaget, es que no se trata de "objetos cambiantes" ni de "enunciados de significación cambiante" (Camacho, L., 1979), sino de "esquemas de comprensión" que se transforman dentro de un proceso dialéctico, y que, además constituyen estructuras dinámicas en las cuales el equilibrio se manifiesta como movimiento de compensación por transformación. Desde este punto de vista es necesario establecer una diferencia entre lo que pertenece a la estructura de equilibrio dinámico (nivel sincrónico), y lo que pertenece al proceso de construcción de las estructuras (nivel diacrónico). En el artículo citado de Apostel (Apostel, L., 1965) no se precisa esta diferencia; a pesar de que se refiere al modelo diacrónico que presenta Piaget en sus trabajos, no explicita la diferencia cuando trata de expresar las características de los estadios en que divide Piaget el proceso de desarrollo (preoperatorio, operatorio-concreto y operatorio-formal).

III. Piaget y Boole

Existen puntos de coincidencia y diferencias entre Piaget y Boole, tanto en el campo de la epis-

temología de la lógica como en relación con la construcción de una teoría algebraica de las operaciones del pensamiento.

1. Básicamente ambos conciben el sistema operatorio del pensamiento natural como la estructura que hace posible el desarrollo de la ciencia de la lógica: "Cualquiera sea la filosofía que se tenga, las operaciones lógicas corresponden siempre a operaciones reales del pensamiento" (Piaget, 1949, p. v-vi). Pero Boole afirma esta correspondencia en bloque, sin señalar las diferencias que encuentra la psicología experimental en el pensamiento real de los sujetos concretos al compararlo con el pensamiento formal construido por los lógicos. En este sentido tendrían razón Cohen y Nagel (1968) cuando afirman que el título de la obra de Boole (1854) es un nombre inapropiado, ya que en ella, después de afirmar "extralógicamente" la coincidencia entre el pensamiento real y el pensamiento lógico, se dedica a describir algebraicamente las leyes de la lógica aristotélica, perfeccionando y ampliando la teoría del razonamiento deductivo, y refiriéndose, cada vez que encuentra ocasión, a las "elevadas facultades del entendimiento humano" sin que sepamos a ciencia cierta ¿qué tipo de ente está evocando (un "entendimiento trascendental"?)

Piaget establece una diferencia de grado entre las operaciones de la lógica formal y las operaciones propias de la actividad mental de los sujetos concretos. La psicología experimental encuentra conductas lógicas en el comportamiento cognitivo de los sujetos, las cuales pueden describirse utilizando un modelo lógico al que da el nombre de "lógica operatoria o psicológica" para distinguirla de la lógica: "Sin ser una lógica, la lógica operatoria es, pues, una teoría algebraica de las estructuras en función de las cuales el pensamiento real se impone (correcta o incorrectamente) una lógica. Y como, a fin de cuentas, los lógicos que formalizan la lógica y los matemáticos que formalizan las matemáticas son también sujetos pensantes cuya actividad mental es real, es posible que un día la lógica operatoria encuentre algún contacto con la lógica pura, cuando la primera haya estudiado todos los niveles intermedios que unen el pensamiento común con el pensamiento propiamente formalizado que caracteriza a la segunda. Mientras eso llega, es claro que la lógica operatoria debe proseguir sus investigaciones con total independencia". (Piaget y otros, 1977, p. 71).

2. El análisis del fundamento real de posibilidad de una ciencia de la lógica y "del origen de su

(20) Para construir su cálculo se apoya en los escritos de A. N. Prior: *Time and modality* (Oxford, Clarendon Press, 1957), y "The syntax of time distinction" (*Franciscan Studies*, 105-125, 1958); en la obra de H. B. Curry y R. Feys: *Combinatory logic*, I (Amsterdam, North-Holland Pub., Co., 1958. Trad. cast. en Ed. Tecnos, Madrid, 1967); y en la de G. H. Von Wright: *Norm and action, A logical inquiry* (Londres, Routledge & Kegan Paul, 1963 - Trad. castellana en Ed. Tecnos, Madrid, 1970), especialmente el capítulo titulado "The logic of change".

dificultad”, pertenece al campo de la epistemología. Boole no distingue suficientemente entre epistemología y lógica, aunque de hecho, en la historia de la lógica, el cálculo de Boole inaugura la separación entre lógica y epistemología, y esto a pesar de la mezcla que aparece en su obra de 1854.

Para Piaget, en primer lugar, la fundamentación de una disciplina, la lógica o cualquier otra ciencia, no le corresponde al epistemólogo sino al especialista: “la interpretación de los principios de la lógica pertenece a los mismos lógicos” (Piaget, 1949, p. ix). Las epistemologías especulativas, al contrario, creyeron que a ellas les tocaba fundar la validez de los principios científicos; el trabajo de los formalistas, sobre todo en el campo de la fundamentación de las matemáticas, mostró que esto no es posible porque la construcción de un sistema axiomático es una cuestión de definición y no de existencia real. Por esto es que, más allá del límite marcado por las bases de la construcción formal, el formalista encontrará siempre la aporía al salirse de su “universo del discurso”. El trabajo de fundamentación de la lógica que deben efectuar los lógicos, se reduce a las cuestiones de validez, de coherencia formal, y esto es precisamente lo que encontramos en la historia de la lógica: desde las técnicas de deducción fundadas en el silogismo hasta las de nuestros días, los avances lógicos se han producido a partir de la necesidad de introducir nuevas formas de razonamiento, empleadas ya, generalmente, en el campo de las matemáticas o en las otras ciencias. Según el dato histórico, entonces, el objeto de la lógica ha sido el aspecto formal de los conocimientos ya establecidos (desde Platón hasta nuestros días).

En segundo lugar, el trabajo de la epistemología, en el campo de las ciencias formales, consistirá en explicar “cómo son posibles una lógica y una matemática puras”: “La epistemología supone entonces resuelto el problema lógico pero la recíproca no es verdadera . . .” (Piaget, 1949, p. 5). A la epistemología de la lógica le corresponde estudiar la relación entre el contenido de la lógica y el “pensamiento real”; para esto necesita de los recursos de una ciencia empírica que estudie experimentalmente el funcionamiento y desarrollo del pensamiento. Una epistemología *científica* sólo puede existir si se basa en el conocimiento experimental del desarrollo de esa “razón constituyente” que explicará cómo es posible la ciencia. A partir de los resultados obtenidos por la psicología genética será entonces posible construir una epistemología no especulativa que explique causal y es-

tructuralmente la posibilidad del conocimiento puro, la diferencia entre lógica y matemáticas, las condiciones de posibilidad del conocimiento exacto del mundo físico, biológico, social, etc. La epistemología genética presenta dos vertientes: la del desarrollo histórico de los conocimientos (método histórico-crítico), y la del desarrollo individual (método psicogenético).

A la epistemología le debe preocupar, como cuestión primordial, comprender la génesis de las estructuras lógicas porque éstas constituyen el único instrumento común de demostración utilizado por todas las ciencias. El proyecto epistemológico en que Piaget trabaja tiene como punto de partida las actividades reales del sujeto concreto, entendido como realidad que es, a la vez, histórica, social, biológica e individual; si bien no han sido aún cubiertos todos los aspectos de un proyecto que se propone ser esencialmente interdisciplinario y apoyado en la investigación intercultural.

Al establecer esta diferencia entre la ciencia normativa y el estudio experimental de los “hechos” normativos, Piaget supera tanto el punto de vista “psicologista” como el “logicista”.

Quien quiera analizar sistemáticamente las verdades lógicas, nos dice, tiene que apoyarse sobre algo; ya se trate de la evidencia propia del pensamiento reflexivo (platonismo), de ciertas realidades colectivas como el lenguaje, de ciertas convenciones, etc., en los tres casos se deja por fuera al sujeto concreto. En la medida en que se quiera eliminar al sujeto concreto, objeto de estudio de la psicología, se tendrá que recurrir a la creación de un “sujeto trascendental”, “al que competirán unas funciones cognitivas especiales, irreducibles a la fiscalización psicológica” (Piaget y Beth, 1968, p. 285). Por otra parte, quien no se apoye en nada tendría que justificar su apriorismo absoluto. De hecho en la base de toda logística existen supuestos de naturaleza intuitiva (la intuición racional que cree alcanzar las “formas en sí”; la intuición simbólica que cree no manipular más que signos según una combinatoria suspendida en el vacío; la intuición psicológica que cree trabajar sobre los “datos inmediatos”; la intuición fiscalista, etc.).

Contra la afirmación de B. Russell: “En cualquier parte de la lógica y las matemáticas la existencia de la mente humana o de cualquier otra es totalmente irrelevante; los procesos mentales son estudiados mediante la lógica, pero el objeto de la lógica no presupone procesos mentales y sería igualmente verdadero si no hubiera procesos men-

tales" (Russell, 1904). Las investigaciones de Piaget han mostrado que sí es relevante, y que el objeto de la lógica presupone procesos mentales, y que, si bien su validez no depende, en términos generales, del conocimiento de los mismos, la cooperación entre lógica y psicología aclara problemas lógicos como el del infinito actual. Opina que la teoría de la inteligencia de Russell representa el punto "máximo de sumisión de la psicología a la logística" (Piaget, J., 1966, p. 33-37). Según Russell " . . . las leyes que rigen los universales y que regulan sus relaciones, provienen de la sola lógica, y la psicología no puede sino inclinarse ante este conocimiento previo, que se le ofrece totalmente formado" (idem, p. 34). Pero, afirma, en esta forma se suprime "la noción de operación, ya que, si los universales se cogen desde fuera, mal puede construirse . . . Finalmente, se suprime el punto de vista genético . . . Genéticamente, las operaciones son, en efecto, acciones propiamente dichas, y no sólo comprobaciones o aprehensiones de relaciones . . ." (idem, p. 34-35).

3. Mientras que Boole afirma que el modelo formal de un cálculo algebraico que exprese las leyes de las operaciones mentales constituye por sí mismo la ciencia de la lógica, hemos visto que para Piaget el resultado de la formalización de las operaciones mentales pertenece al campo teórico de la psicología genética, y que constituye un modelo abstracto mediante el cual se describe el comportamiento intelectual de los sujetos humanos, depurándolo de los elementos subjetivos y facilitando al mismo tiempo su análisis teórico (21). Además, la psicología sólo podrá servir de aquellas estructuras formales cuya validez lógica se funda en un sistema axiomático, en tanto sirvan para explicar comportamientos reales; y, por otra parte, el objeto de cualquier disciplina experimental escapará siempre a cualquier intento de reducción a priori.

4. Piaget y Boole utilizan la noción de "operación" para referirse a las realidades mentales. *Operaciones de la mente humana* es el nombre genérico que Boole aplica a los diferentes poderes y

facultades de la mente; los filósofos, afirma, se referirían a ellos con nombres diferentes: atención, simple arpehensión, concepción, imaginación, abstracción, etc. (Boole, 1854, 1958, p. 41). Para Piaget la "operación" es un esquema de acción interiorizado; por esto "deducir es construir" (Piaget, 1966, p. 51-52): ". . . el carácter esencial del pensamiento lógico es el de ser operatorio, vale decir, de prolongar la acción interiorizándola" (idem, p. 53). Pero no es cualquier acción la que se interioriza, sino "las coordinaciones más generales de la acción"; además, entre la acción y el concepto media toda una construcción que permite la generalización; la operación sólo puede identificarse con una acción si es aislada del sistema operatorio que la estructura.

Ambos se sitúan así en un punto de vista nuevo respecto a la epistemología de la lógica: el de la actividad del sujeto tomada en sí misma. Pero para Piaget la actividad del sujeto que se interioriza como "operación del pensamiento" no es la que corresponde a una experiencia acerca de objetos, ya sea física (abstraer las cualidades de un objeto), o psicológica, porque en esta experiencia sólo está conociendo características de los objetos a las que da una representación mental y un nombre. La *operación* es la interiorización de *la acción que el sujeto ejerce sobre los objetos*, o sea, de los ordenamientos que el sujeto introduce en los objetos. Boole insiste en que las leyes operatorias que rigen el uso de los símbolos son "leyes del pensamiento y no de las cosas" (Boole, 1854, 1958, cap. II), pero permanece en su investigación a nivel del lenguaje como realidad trascendente a los sujetos concretos, y no podría explicar por qué el significado real de la sintaxis del lenguaje varía en los diferentes niveles de desarrollo cognitivo, desde la función puramente representativa que reemplaza las cosas por signos y los movimientos por su evocación, hasta el nivel de "instrumento de la razón" en el pensamiento formal. Para Boole las leyes operatorias del pensamiento no son el producto de una construcción, sino una característica del pensamiento que existe por sí misma, como existen las "leyes de la naturaleza". Piaget opina que el "gran escollo de una teoría de la inteligencia que parte del análisis del pensamiento en sus formas superiores, consiste en la fascinación que ejercen sobre la conciencia las facilidades del pensamiento verbal . . . (la introspección no ve en él sino reflexión, discurso y representación conceptual) . . . Para alcanzar el funcionamiento real de la inteligencia es

(21) Desde luego, como sucede con todo modelo abstracto, el comportamiento individual no será nunca la manifestación física exacta o la realización completa del modelo, no sólo por la interferencia de lo aleatorio cuya intervención es característica de todo hecho concreto, sino también porque el modelo o esquema formal siempre encerrará lagunas en relación con el acontecer real.

preciso invertir, pues, ese movimiento natural del espíritu y situarse nuevamente en la perspectiva de la acción misma; sólo entonces aparece claramente el papel de esta acción interna que es la operación” (Piaget, 1966, p. 51)

Desde la perspectiva genética Piaget supera toda versión psicologista, o fundada en la introspección, en relación con el origen de los principios lógicos: “. . . esta experiencia lógico-matemática, que versa, pues, sobre las acciones del sujeto y no sobre los objetos, no constituye, por ello, en manera alguna, una “experiencia psicológica”, en el sentido en que descubrimos por introspección ciertas regularidades referentes a nuestra conducta . . . ; la experiencia psicológica versa sobre el sujeto en cuanto objeto interior . . . y procede al respecto por introspección o adquiriendo conciencia de los caracteres subjetivos de la acción . . . , la experiencia lógico-matemática no se refiere a la acción en cuanto proceso individual”, sino que a través de esta experiencia se interiorizan (esquematizan) las “coordinaciones más generales de todo sistema de acciones: coordinaciones que traducen, por ello, lo que hay de común en todos los sujetos y se refieren, por consiguiente, al sujeto universal o epistémico, y no al individual . . .” (Piaget y Beth, 1968, p. 289–295). Como el sujeto “comprueba sobre los objetos el resultado de las acciones ejercidas sobre ellos”, y “precisamente

por faltar la introspección (que no desempeña papel alguno en la experiencia lógico-matemática), el sujeto puede muy bien creer que de este modo descubre propiedades físicas del objeto, sin sospechar que su propia acción es la que se las ha conferido”. (idem, p. 289–290).

Además, Piaget se sitúa en el contexto de las investigaciones actuales en lógica que tratan de lograr una mejor adaptación de los modelos lógicos a aspectos del mundo físico, de la actividad humana, del pensamiento o del lenguaje. Por ejemplo, las investigaciones en relación con la construcción de una “lógica del cambio y del desarrollo” y sus relaciones con el cálculo proposicional, se encuentran en el tapete de discusiones entre los lógicos (22). En relación con esto explica J. B. Grize: “La lógica piagetiana . . . no apunta a la deducción . . . Para él no se trata de producir un sistema formal, en el sentido clásico del término, sino de realizar una representación, precisa de los fenómenos vinculados a las ciencias del hombre. Esto no solamente lo pretende su lógica: lo logra . . . Finalmente, para el lógico, prevenido por los siglos de esterilidad que ha conocido su ciencia, es profundamente esperanzador ver que un hombre como Jean Piaget no solamente le proporciona razones para adaptar la lógica a los nuevos problemas sino que además le precede en el recorrido de nuevos caminos”. (Grize, J. B., 1974, p. 58–59).

REFERENCIAS

- Apostel, L. (1965). “Algunos problemas sobre las relaciones entre la psicogénesis y las lógicas neoclásicas”. En: Piaget, J. y otros, 1977, 89–108.
- Beth, E. W. “A propos d’un traité de logique”. *Methods*, 1950, 2, 258–264.
- Boole, G. *An investigation of the laws of thought*. New York: Dover Pub., 1958 (Macmillan, 1954).
- Bulbrook, M. E. (1932). “An experimental inquiry into the existence and natura of insight”, *American Journal of Psychology*, 44, 409–453.
- Camacho, Luis, “Lógica del cambio-desarrollo y cálculo proposicional: análisis y comparaciones”. En: *Revista de Filosofía de la universidad de Costa Rica*, XVII (45), 49–55, 1979.
- Castorina, José A. “Los modelos lógicos en la psico-

(22) Ver el artículo de Luis A. Camacho N. “Lógica del cambio-desarrollo y cálculo proposicional: análisis y comparaciones” (En: *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica*, n. 45, enero-junio 1979, p. 49–55).

logía genética". En: Piaget, J. y otros, 1970, 111-129.

Cohen, M. R. y Nagel, E. *Introducción a la lógica y al método científico*. Buenos Aires: Amorrortu, 1968 (New York: Harcourt, Brace, 1934).

Dollard, J. y Miller, N. E. *Personality and psychotherapy*. New York: McGraw-Hill, 1950.

Goblot, E. *Traité de logique*. Paris: A. Colin, 1918.

Goldmann, L. y otros. *Jean Piaget y las ciencias sociales*. Salamanca: Sígueme, 1974 (Librairie Droz, 1966).

Grize, J. B. "Du groupement au nombre". En: *Etudes d'Epistémologie Génétique*, XI. Paris: PUF, 1960.

Grize, J. B. "Lógica y ciencias humanas". En: Goldmann y otros, 1974, 53-59.

Henle, M. (1962). "On the relation between logic and thinking". En: *Psychological Review*, 69, 366-378. Trad. cast. en: Piaget, J. y otros, 1977, 43-60.

Kneale, W. y M. *El desarrollo de la lógica*. Madrid: Tecnos, 1972 (Oxford: Clarendon Press, 1961).

Lefford, A. (1946). "The influence of emotional subject matter on logical reasoning". En: *Journal of General Psychology*, 30, 127-151.

Morgan, J. J. y Morton, J. T. (1944). "The distortion of syllogistic reasoning produced by personal convictions". En: *The Journal of Social Psychology*, 20, 39-59. Trad. cast. en: Piaget, J. y otros, 1977, 148-175.

Piaget, J. *Classes, relations et nombres. Essai sur les groupements de la logistique et sur la réversibilité de la pensée*. Paris: Vrin, 1942.

Piaget, J. *Essai sur les transformations des opérations logiques*. Paris: PUF, 1952 (reed, 1962).

Piaget, J. "La lógica axiomática o "pura", la lógica operatoria o psicológica y las realidades a las que corresponden". En: *Lógica y psicología*. Barcelona: A. Rondo, 1972, p. 91-107 (Methods, Milán, 1952, 72-84).

Piaget, J. *Lógica y psicología*. Barcelona: A. Rondo, 1972.

Piaget, J. *Psicología de la inteligencia*. Buenos Aires: Psique, 1966 (Paris: Librairie A. Colin, 1947).

Piaget, J. *Traité de logique. Essai de logistique opératoire* (1949, 1972a). Paris: A. Colin, 1949. Nueva edición a cargo de J. B. Grize con el título *Essai de logique opératoire*. Paris: Dunod, 1972 (tr. castellana en preparación, Buenos Aires).

Piaget, J. *Sabiduría e ilusiones de la filosofía*. Barcelona: Península, 1973.

Piaget, J. e Inhelder, B. *Génesis de las estructuras lógicas elementales: clasificaciones y seriaciones*. 2 ed. Buenos Aires: Guadalupe, 1973 (Editions Delachaux et Niestlé, Suiza. Neuchâtel, París, 1959).

Piaget, J. e Inhelder, B. *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Buenos Aires: Paidós, 1972. (Paris: PUF, 1955).

Piaget, J. y Beth, E. W. *Relaciones entre la lógica formal y el pensamiento real*. Madrid: Ciencia Nueva, 1968 (Paris: PUF, 1961).

Piaget, J. y otros. *L'abstraction réfléchissante*. v. 1-2. *Etudes d'Epistémologie Génétique* XXXIV-XXXV. Paris: PUF, 1977).

Piaget, J. y otros. *Estructuralismo y psicología*. Buenos Aires: Nueva Visión, 1970.

Piaget, J. y otros. *Investigaciones sobre lógica y psicología*. Madrid: Alianza Universidad, 1977.

Quine, W. *El sentido de la nueva lógica*. Buenos Aires: Nueva Visión, 1958.

Russell, B. (1904). "The axiom of infinity". *Hilbert Journal*, 2, 809-812.

Schiller, F. C. S. *Logic for use*. New York: Harcourt, Brace, 1930.