

Implicaciones filosóficas de diferentes visiones de los mundos posibles

(Proyecto de investigación INIF 743-95-296)

Abstract: *Possible worlds can be understood in different ways, and the philosophical implications of each vision differ likewise. The notion is neither primitive nor sufficient for a satisfactory explanation of modal logic. The statistical interpretation of modalities is here rejected. Possibilities are considered part of reality but not independent realities.*

Key words: *modal logic, possibility, possible worlds, necessity.*

Resumen: *Los mundos posibles se pueden entender de diferentes maneras, y las implicaciones filosóficas de cada visión difieren correspondientemente. La noción no es primitiva ni suficiente para una explicación satisfactoria de la lógica modal. Se rechaza aquí la interpretación estadística de la modalidad. La posibilidad se considera parte de la realidad, no una realidad separada.*

Palabras clave: *lógica modal, posibilidad, mundos posibles, necesidad.*

1. Paradoja de la noción de mundos posibles

Este trabajo presupone lo que a veces se llama la paradoja de los mundos posibles (usando *paradoja* en sentido amplio), que se puede resumir diciendo que la noción de mundos posibles es muy

útil porque resuelve muchos problemas en lógica y filosofía de la ciencia pero por su parte plantea problemas más graves que los que resuelve. El trabajo no pretende resolver la paradoja, sino más bien aclararla haciendo preguntas como las que se suelen hacer en filosofía. Como es habitual con las paradojas, es más fácil disolverla que resolverla. En otras palabras, es más fácil analizarla retrocediendo y analizando sus presuposiciones que continuar adelante tratando de encontrar una respuesta.

Hay varias versiones de la paradoja de la noción de mundos posibles, que no se excluyen sino que se complementan. Veremos dos maneras de exponer el problema, la de Michael J.Loux y la de Robert Stalnaker.

1.1 La exposición de Michael J.Loux

En la Introducción al volumen titulado *The Possible and the Actual, Readings in the Metaphysics of Modality* (Ithaca and London: Cornell University Press, 1979) Michael J.Loux razona ampliamente sobre las ventajas y dificultades de la noción de mundos posibles, razonamiento que resumimos a continuación:

- 1) A diferencia de lo que pensaba Hume y la filosofía anglo-sajona tradicional, la vieja idea de que la realidad (y no solo nuestras ideas) tiene una estructura modal ha tomado fuerza en la filosofía analítica reciente.
- 2) Al formalizar las nociones modales, los lógicos han inventado diversos sistemas (sobre

todo M – también llamado T – Brouwer, S-4 y S-5) que corresponden a concepciones diferentes y que no siempre coinciden con nuestras intuiciones sobre la modalidad.

- 3) Aunque se contaba desde hace varias décadas con cálculos modales sintácticos diferentes, no se tenían semánticas para dichos cálculos. Un primer intento fue el de Carnap en su obra de 1947 *Meaning and Necessity*¹, quien introdujo la noción de descripciones de estado (conjuntos de enunciados atómicos máximamente consistentes), y definió una proposición necesaria como aquella que es verdadera en todas las descripciones de estado. En 1963 Saul Kripke desarrolló la semántica modal tanto para la lógica proposicional como para la cuantificada, introduciendo la noción de mundos posibles y la de posibilidad relativa o accesibilidad a dichos mundos. Una proposición A es necesariamente verdadera en un mundo posible W si y solo si para cada mundo posible W' accesible desde W, A es verdadera en W'. Los operadores modales funcionan como cuantificadores sobre mundos posibles, de modo que el operador de necesidad se comporta como un cuantificador universal y el de posibilidad como uno existencial. Así, "necesario" se define como "verdadero en todos los mundos posibles" mientras "posible" se define como "verdadero en por lo menos un mundo posible".
- 4) La noción de mundos posibles no solo resolvió muchos de los problemas más urgentes de la lógica modal sino que también resultó muy provechosa en lógica epistémica, lógica deóntica y, sobre todo, en el análisis de los contrafácticos y términos disposicionales, tan importantes en filosofía de la ciencia.
- 5) Sin embargo, este éxito tiene un precio: nos obliga a tomar los mundos posibles como entidades existentes y esto nos plantea por lo menos dos problemas, el de la identidad transmudana (identificación de un mismo individuo en diferentes mundos posibles) y el de los objetos posibles pero no actuales. La identidad transmudana viola la manera habitual de entender la singularidad de los individuos, pues nos obliga a identificar individuos con propiedades distintas en

diferentes mundos, como si fueran diferentes entidades. Por otra parte, la existencia de objetos posibles pero no actuales en el lenguaje de mundos posibles lleva a la contradicción de afirmar que existen cosas que no existen.

De modo que tanto la identidad transmudana como la existencia de objetos posibles no actuales conspiran para hacer incomprensible la noción de mundos posibles.

De allí la necesidad de analizar la paradoja: ¿debemos pagar el alto precio del éxito, o negarnos a pagarlo y continuar con los problemas resueltos por la solución rechazada?

1.2 La paradoja, tal como la expone Robert Stalnaker

La segunda exposición de la paradoja de los mundos posibles que resumiremos aquí se encuentra en el artículo "Indicative Conditionals" de Robert Stalnaker, incluido en el volumen compilado por Frank Jackson bajo el título *Conditionals* (Oxford University Press, 1991). Esta exposición de la paradoja es muy clara y sucinta y se basa en la idea de que una idea falsa no puede resolver problemas auténticos. En la página 140 Stalnaker nos dice en resumen lo siguiente:

- 1) La teoría de modelación basada en los mundos posibles es un instrumento poderoso y matemáticamente elegante.
- 2) El contenido intuitivo y el poder explicativo de los mundos posibles son objeto de discusión y controversia.
- 3) Sin embargo, muchos autores consideran que una teoría comprometida con la existencia de semejantes entidades debe ser falsa.
- 4) O, al menos, tal teoría no puede resolver ningún problema filosófico a no ser que explique, primero, qué es un mundo posible.
- 5) Por tanto, los mundos posibles están necesitados de una explicación y defensa por parte de la filosofía.

No es nuestro propósito responder al reto del punto 5), entre otras cosas porque Stalnaker

considera que la filosofía debe defender esta noción cuando quizá la solución sea prescindir de una idea tan problemática. Más bien invertiremos el procedimiento: dado que los lógicos utilizan los mundos posibles con gran frecuencia, y dado que existen diversas maneras de entenderlos, nos preguntamos qué orientaciones filosóficas encajan con las diversas maneras de entender los mundos posibles.

Una investigación de este tipo tiene aplicaciones en filosofía de la ciencia. Los mundos posibles se han propuesto, entre otras cosas, para analizar los condicionales contrafácticos. Como señala Nelson Goodman, sin medios para interpretar los condicionales contrafácticos ("si se diera *p*, se daría *q*"; "si se hubiera dado *p* se habría dado *q*") difícilmente tendríamos filosofía de la ciencia y epistemología.² Más aún, se puede defender que algo semejante ocurre con los términos disposicionales (v. g. "soluble", "maleable"), que indican propiedades no actualizadas.

2. Noción de implicación filosófica

El método que seguiremos, pues, es el de establecer qué consecuencias se siguen de la noción de mundos posibles en las diversas maneras en que suelen entenderse, y para ello empezaremos en cada caso haciendo preguntas socráticas ante las propuestas hechas para resolver los problemas de la lógica modal y los contrafácticos. Esto nos lleva a la siguiente pregunta: ¿De qué cosas se puede decir que tienen implicaciones filosóficas?

Una respuesta general sería difícil de conseguir y no la intentaremos aquí, pero ciertamente tienen implicaciones filosóficas las ideas en cuanto expresadas en proposiciones. Asumimos aquí que las teorías son conjuntos de proposiciones, de modo que al hablar de ideas también se incluyen las teorías. Ciertamente no todos están de acuerdo en considerar a las teorías de esta manera, pero no es nuestro propósito entrar en discusiones al respecto. Baste con señalar la posición que se sigue y esperar que el lector la acepte, aunque sea provisionalmente. Si el lector no acepta que las teorías sean conjuntos de proposiciones, bástenos con pedirle que continúe leyendo a pesar de la discrepancia.

Hay dos sentidos en que podemos hablar de las implicaciones filosóficas de alguna idea.

a) En primer lugar, se supone que las ideas y teorías tienen implicaciones filosóficas **en la medida en que modifican nuestras opiniones más generales sobre la constitución de la realidad**. En otras palabras, las teorías científicas y las ideas del sentido común tienen implicaciones filosóficas cuando modifican nuestra *ontología* más general (categorías más amplias para clasificar lo existente; inventario básico de lo que existe) y *epistemología* (nuestra concepción sobre qué podemos conocer y cómo). Desde el punto de vista de la ontología se trata de poner o quitar entidades en nuestro inventario de lo que contiene el universo; desde el punto de vista de la epistemología se trata de reforzar o debilitar nuestras convicciones acerca del comportamiento de ese universo.

Así, la teoría de la evolución darwiniana modifica la idea de especie animal y vegetal para que ésta deje de ser el modelo eterno, inmutable y necesario de lo que debe ser cada individuo animal o vegetal que cae dentro de la especie, y se transforme más bien en un instrumento de clasificación que resume procesos temporales de largo plazo. En vez de modelos estáticos eternos se pasa de este modo a modelos dinámicos e históricos. De esta forma lo que Aristóteles llamó "predicables", es decir el conjunto de categorías dentro de las que cabe todo cuanto se pueda afirmar o negar de un individuo o sustancia primera (género, especie, diferencia específica, accidente propio y accidente común) sufren un cambio, en la medida en que hay que verlos como sujetos a modificación con el tiempo cuando se trata de individuos de especies y géneros biológicos. De Sócrates se puede decir que es animal (género), racional (diferencia específica), ser humano (especie), capaz de reír (accidente propio) y filósofo (accidente común), aunque quizá de otros individuos anteriores en la larga cadena de la evolución se podría decir que no eran capaces de reír ni de ser filósofos. En efecto, ¿podríamos afirmar las mismas características de los Australopithecus, que vivieron en África hace varios millones de años, o de los neandertalenses, que desaparecieron hace unos cuarenta mil años? ¿A partir

de qué momento podemos usar las categorías mencionadas?

De modo parecido, la drástica distinción cartesiana entre cuerpo y alma, y la atribución a ésta de las propiedades de la mente con total independencia de las propiedades del cuerpo, no se sostiene ante los avances de la neurología y otras ramas de la ciencia que establecen una clara conexión entre lesiones cerebrales y problemas mentales. Si sostenemos una distinción tajante entre espíritu y materia, las funciones del espíritu seguirían dándose aún cuando el cerebro tuviera impedimentos para funcionar. Esto no es así y, por tanto, no es sostenible este tipo de dualismo. Peor suerte tuvo la idea de Descartes de que la glándula pineal es el punto de confluencia del alma y el cuerpo, basada en la idea (equivocada) de que solo se da en los seres humanos.

En los dos ejemplos citados anteriormente una teoría científica hace insostenible una posición filosófica. Podríamos citar ejemplos donde no es una teoría científica sino una simple consideración de sentido común la que refuta una posición filosófica. En nuestros días este parece ser el caso más frecuente, ante la arremetida del irracionalismo y relativismo que se puso de moda en las décadas de los setentas y ochentas en epistemología, filosofía de la ciencia, ética e incluso en lógica.³

Un ejemplo de este rechazo de opiniones filosóficas a partir del sentido común sería la siguiente: si alguien dice que detrás de las palabras no hay nada, entonces no nos puede decir válidamente ni siquiera cómo se llama. Conferencias, libros y artículos enteros se estructuran sobre premisas tan deleznable como la de que nada hay allá fuera que corresponda a nuestras ideas y palabras, con lo cual las conferencias, los artículos y los libros (con excepción de las novelas) se autodestruyen inmediatamente. David Stove⁴ llamó a esta manera de argüir "el efecto Ishmael": el personaje de la novela *Moby Dick* narra lo que ocurrió a su barco y tripulación, de la cual solo él sobrevivió. No podría decir "nadie sobrevivió, y yo lo sé porque estuve allí" puesto que obviamente no existiría él para contarlo. Sin embargo, brillantes carreras filosóficas enteras se basan en ideas tan asombrosas como la de que no existe ninguna realidad independiente del

lenguaje con la que podemos comparar nuestro lenguaje para verificarlo. Si esto es verdad, los viajeros en los aeropuertos no pueden saber a qué puerta dirigirse a abordar sus aviones mirando a las pantallas electrónicas, ni tenemos por qué preocuparnos cuando nos llega un cobro en el correo, ni podemos mirar el directorio telefónico para encontrar un número buscado.

En los ejemplos anteriores tenemos la refutación de ideas filosóficas. El esquema en todos ellos es el mismo: si la opinión x de tal o cual filósofo es verdadera, entonces el hecho y no podría darse. Pero nos consta que y tiene lugar; luego x es falso. El esquema lógico en este tipo de razonamiento es el conocido como *modus tollens*.

b) El segundo sentido en que podemos hablar de repercusiones filosóficas de una idea o teoría es **cuando hay una conexión lógica entre una teoría y otra, de manera que teorías diferentes se pueden conectar en conjuntos variados con relaciones lógicas entre sí**. A diferencia del primer caso, aquí no se trata de la refutación de una teoría a partir de la confirmación o aceptación de otra o de la contrastación con los hechos, sino más bien de la conexión entre teorías, cualquiera que sea el éxito o fracaso, verificación o refutación, aceptación o rechazo, del par o conjunto así constituido. La concepción aristotélica según la cual lo único que existen son individuos encaja muy bien con la idea de algunos autores recientes según los cuales los derechos humanos de la primera generación, o derechos civiles y políticos, son los únicos que se pueden considerar propiamente derechos porque siempre es posible individualizar quién es el culpable de alguna violación y, por tanto, los derechos de un individuo se pueden correlacionar en todos los casos con los deberes de otro individuo. Esto no ocurre con los derechos de la segunda y tercera generación, o derechos socio-económicos, ambientales y culturales, en los que no se puede singularizar el correspondiente deber de un individuo concreto.

Para poner un ejemplo, cuando alguien es víctima de la tortura siempre se puede encontrar el culpable de la violación a sus derechos, por lo menos en principio. En cambio, si una persona no encuentra trabajo (y entonces, supuestamente,

sufre la violación de un derecho humano muy importante) no es posible indicar quién es el culpable de que esto ocurra, pues no es posible señalar quién tiene la obligación de darle trabajo. Más problemático sería el supuesto derecho *a la salud*, del que muchos hablan sin percatarse de que si realmente existiera entonces cada vez que muere alguien, aunque sea por causas naturales, se ha dado una violación de un derecho. El largo desvío tomado en nuestra argumentación muestra lo siguiente: la concepción según la cual solo los derechos de la primera generación son propiamente derechos humanos encaja muy bien con la concepción aristotélica según la cual todo cuanto existe propiamente hablando son individuos. Podemos encontrar implicaciones filosóficas entre ambas al analizarlas detenidamente.

En nuestro ensayo entendemos “implicaciones filosóficas” ante todo en este segundo sentido. Diferentes concepciones de los mundos posibles se correlacionan con diferentes teorías filosóficas, y esta conexión lógica es lo que nos interesa escudriñar. Pero también a veces se toma en el primer sentido, cuando se señala la imposibilidad de aceptar algunas concepciones de mundos posibles por cuanto implican consecuencias contradictorias o inverosímiles.

La teoría de la que nos preguntamos cuáles son sus implicaciones filosóficas es la de mundos posibles, pero en realidad no se trata de una simple teoría en lógica sino más bien de un conjunto de conceptos y concepciones a veces incompatibles entre sí y que, a su vez, se emplean para la semántica de varios cálculos modales diferentes que no coinciden en sus axiomas. Esto da al tema una peculiar dificultad.

A lo largo de la historia de la filosofía la noción de mundos posibles ha evolucionado hacia usos técnicos dentro de la lógica modal sin que se reflexione con suficiente profundidad sobre las consecuencias de las teorías. Como es generalmente aceptado, la noción de mundos posibles es reciente en la historia de la filosofía, y es posterior a las ideas muy antiguas de necesidad, posibilidad y contingencia. De modo semejante, Saul A. Kripke en la nota 16 del Prefacio a *Naming and Necessity*⁵ señala que la idea de mundos posibles no es anterior a, ni explicativa de, las nociones de la lógica modal actual, sino posterior. La historia

de la noción de mundos posibles, hasta donde podemos ver, confirma la idea de Kripke de que se trata de una noción posterior a las ideas y problemas de la lógica. No es una noción previa a tales ideas y problemas, sino una serie de nociones con aplicaciones prácticas para solución de los problemas. La lógica modal es muy anterior a la idea de mundos posibles; la primera aparece con Aristóteles en el siglo IV a.de C., la segunda con Leibniz en el siglo XVII aunque algunos consideran que el verdadero inventor de la idea fue Juan Duns Escoto entre el siglo XIII y el XIV.

De modo semejante, los contrafácticos aparecen primero (aunque aún no tengan nombre), luego vienen las teorías sobre las condiciones de verdad y aceptabilidad de este tipo de condicionales y finalmente aparecen versiones de la noción de mundos posibles destinadas a dar una formulación técnica a dichos contrafácticos. Hace ya muchos siglos que Jesucristo condenó a los fariseos por la arrogancia de decir “si hubiéramos vivido nosotros en tiempo de nuestros padres, no hubiéramos sido cómplices suyos en la sangre de los profetas” (Mt.23, 30) y los escolásticos discutieron cómo se podía saber que tal contrafáctico en boca de fariseos era un acto reprochable, mientras que en cambio el contrafáctico hecho por el mismo Jesucristo que aparece en el Evangelio según Lucas 10,13, sería verdadero. En este último Jesucristo se dirige a las ciudades de Corazeín y Betsaida y les dice “si en Tiro y en Sidón hubieran sido hechos los milagros que en vosotras se han hecho, tiempo ha que en saco y sentados en ceniza hubieran hecho penitencia”.⁶ Ambos contrafácticos tienen en común antecedentes que se pueden reformular como proposiciones falsas que no serán verdaderas nunca: los fariseos no vivieron en tiempo de los profetas, ni podían considerarse moralmente superiores a “sus padres”; en Tiro y en Sidón no se hicieron los milagros hechos en Corazeín y Betsaida. Sin embargo, el primer contrafáctico es rechazado por Jesucristo mientras él mismo enuncia el segundo contrafáctico y lo emite como una verdad inapelable. ¿Cómo podemos saber que unos contrafácticos son falsos y otros son verdaderos, cuando coinciden en tener antecedentes en subjuntivo que insinúan falsedad en indicativo?

Para poner ejemplos más recientes, el contrafáctico “si Hitler hubiera conquistado Inglaterra, habría ganado la guerra” se explica según algunos diciendo que este condicional es verdadero si y solo si existe un mundo posible en el que Hitler conquista Inglaterra y gana la guerra. Es menos verosímil que haya ocurrido al revés, es decir, que de la concepción de un mundo posible en el que Hitler conquista Inglaterra y gana la guerra se pase al condicional contrafáctico “si Hitler hubiera conquistado Inglaterra entonces habría ganado la guerra”. Para el ciudadano común y corriente solo en novelas como *Das Vaterland* Hitler gana la guerra, y de ahí la tentación natural de ver los mundos posibles como novelas en el sentido de que unos y otros son producto de la imaginación. Las nociones de *necesario* y *posible*, así como el hecho de que podemos hacer condicionales del tipo “si se hubiera dado *p*, entonces se habría dado *q*” son los datos originales; la idea de los mundos posibles resulta ser un intento de resolver problemas mediante artificios técnicos.

3. Clasificación de concepciones variadas de los mundos posibles

Obviamente para determinar cuáles son las implicaciones filosóficas de las diferentes concepciones de mundos posibles tenemos que empezar por delimitar cuáles son esas concepciones.

Susan Haack en *Filosofía de las lógicas*⁷ distingue tres enfoques en las teorías de mundos posibles:

- (i) El *lingüístico*, según el cual hablar de mundos posibles es hablar acerca de conjuntos de proposiciones consistentes. Según Haack el principal representante de este enfoque es Jaakko Hintikka con su obra de 1969 *Models for Modalities*.⁸
- (ii) El *conceptualista*, que interpreta los mundos posibles como diferentes maneras de concebir el mundo. Según Haack así lo hace Kripke en su artículo de 1972 “Naming and Necessity”, publicado en la obra compilada por Harman y Davidson titulada *Semantics of Natural Language* (Reidel), y en la obra

posterior del mismo título publicada en el mismo año.

- (iii) El *realista*, para el cual hablar acerca de los mundos posibles es hablar literalmente acerca de entidades reales independientes de nuestro lenguaje y pensamiento. El principal representante es sin duda David K. Lewis en su bien conocida obra de 1968 *Counterfactuals* (Blackwell), aunque en su artículo anterior titulado “Counterpart Theory and Quantified Modal Logic”, publicado en *Journal of Philosophy*, # 65, se encuentra lo esencial de su posición.

Es fácil ver que los dos primeros enfoques no se contradicen y podrían darse simultáneamente. Más exactamente, alguien podría sostener el segundo sin rechazar el primero. La diferencia mayor se da entre los dos primeros, por una parte, y el tercero por otra. Aún así, un partidario del tercer enfoque podría reformular las dos versiones primeras para decir que nuestro conocimiento de los mundos posibles como entidades reales nos explica la manera intuitiva de concebir diferentes maneras en que podría darse la realidad y, a su vez, esto es lo que recogen conjuntos consistentes de proposiciones. Además, la posición realista en mundos posibles podría tener otras versiones diferentes a la teoría de contrapartes de Lewis. Sin embargo, tales versiones – si existen – no han tenido la difusión de la teoría de contrapartes, a la que dedicaremos un análisis detallado.

De modo que la distinción hecha por Susan Haack parece que tiene sentido si la entendemos de la siguiente manera: para algunos, no existen los mundos posibles pues solo se trata de *maneras de hablar*; para otros (que pueden ser los mismos del grupo anterior) no existen como objetos del mundo externo a los seres humanos, aunque sí como *ideas*; para otros, finalmente, los mundos posibles existen tanto como los actuales en algún sentido de “existir” que debe ser precisado. Si autores como David Lewis tienen razón, el universo en que vivimos no solo contiene el mundo que conocemos directamente sino otros infinitos a los que no tenemos acceso.

Es notable el parecido de las tres posiciones recientes sobre mundos posibles con las tres clásicas posiciones medievales sobre los universales,

en la discusión que se inicia cuando Boecio en el siglo VI se pregunta si los predicables aristotélicos, en particular géneros y especies, existen independientemente de los individuos concretos o sustancias primeras. Muchos de los problemas que se plantean con la existencia independiente de los universales surgen de nuevo con la realidad de los mundos posibles. Podría decirse que aunque coincidan en las etapas últimas del desarrollo de las respectivas teorías, el origen de ambas nociones es diferente: mientras el problema de los universales surge de la relación entre individuos concretos y sus predicados abstractos (que no existen en nuestro mundo sin los individuos), en cambio la noción de mundos posibles aparece al final de una larga evolución de las lógicas modales y de los condicionales cuyos antecedentes son falsos, especialmente cuando ya no hay ninguna posibilidad de que sean verdaderos o cuando tanto los antecedentes como los consecuentes usan el modo subjuntivo de los verbos.

Sin embargo, estos orígenes supuestamente distintos también coinciden. Entre los predicados de los individuos se encuentran aquéllos que no se pueden eliminar sin eliminar al individuo mismo y que se consideran, por consiguiente, necesarios. Los individuos existen pero podrían no haber existido y son, por tanto, contingentes, y se puede decir de ellos que podrían llegar a tener ciertas características o realizar tales o cuales acciones aún no actualizadas, de donde surge la noción de posibilidad. De este modo, tanto el problema de los universales como el tema de los mundos posibles coinciden por lo menos parcialmente en originarse al preguntarse cuál es la relación entre el individuo concreto y sus predicados abstractos.

Intentaremos decir algo de las siguientes teorías y autores:

- Las ideas de Leibniz, sobre todo en su correspondencia con Arnauld;
- La teoría de contrapartes de David K. Lewis;
- La explicación de las proposiciones verdaderas en términos de mundos posibles en Robert Stalnaker;
- La teoría de designadores rígidos de Saul A. Kripke (*Naming and Necessity*, pp.16-20).

Además de los autores mencionados, y antes de entrar en sus teorías, conviene detenerse en un procedimiento habitual en lógica cuantificada de primera orden que los autores no suelen discutir en el contexto de mundos posibles, pero que sin duda plantea problemas filosóficos parecidos. Se trata del procedimiento a veces llamado *modelación*. Con él empezaremos, porque constituye un buen puente hacia teorías más complejas, como las mencionadas arriba. Después diremos algo de los axiomas de los cálculos habituales de lógica modal.

4. El caso más sencillo: la modelación en cálculo de predicados de primer orden

La tabla de verdad en cálculo proposicional es el instrumento más sencillo para determinar si un argumento es válido o inválido, y corresponde a la aplicación práctica de la validez semántica, según la cual el argumento que consta de premisas y conclusión $p_1 \dots p_n \therefore k$ es válido si y solo si no se da el caso de que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. Todo argumento válido se reduce a un esquema tautológico, en el sentido de que cualquiera que sea la forma de combinar sus variables lógicas, y cualquiera que sea la asignación de valores veritativos (verdadero y falso) que les demos, siempre será verdadera la conclusión si las premisas son verdaderas, o falsa al menos una de sus premisas si la conclusión es falsa.

En la tabla de verdad reducida, se asigna valor veritativo F o 0 a la conclusión y se hace todo lo posible por asignar valor V o 1 a las premisas. Si se logra, se prueba que el argumento es inválido. Así, el argumento “si llueve me mojo, me mojo, por consiguiente llueve” es inválido porque puede ser que no llueva y, sin embargo, me moje aunque sea verdad que si llueve me mojo.

Si no se logra la mencionada asignación de valores veritativos, el argumento es válido. Así, el argumento “si llueve me mojo, llueve, por tanto me mojo” es válido porque no podemos suponer que la conclusión sea falsa sin que las premisas también lo sean, pues si suponemos en las premisas que “llueve” es verdadero entonces el condicional “si llueve me mojo” tendría antecedente verdadero (“llueve”) y consecuente falso (“me

mojo”), lo cual hace que el condicional sea falso y que la conjunción de esa premisa con la que sigue (“llueve”) nos de también el valor falso o 0.

En cálculo cuantificado los cuantificadores impiden aplicar esta técnica de manera directa, por lo que es necesario eliminarlos, y para ello se procede a lo que se conoce con el nombre exótico de “modelar”, es decir, a suponer que en vez de proposiciones universales o particulares tenemos proposiciones singulares, con constantes individuales en vez de variables individuales. Como demostraron Paul Bernays y Moses Schönfinkel en 1928⁹, si llamamos k al número de individuos considerados, y n al número de predicados diferentes que aparecen en las proposiciones cuantificadas del argumento, éste es válido si no es posible asignar valores V-F o 1-0 a premisas y conclusión en el caso en que $k=2^n$. Si el argumento es inválido, con frecuencia la asignación V-F (1-0) a premisas y conclusión se da mucho antes de que lleguemos al caso crucial de $k=2^n$, y a veces incluso cuando $k=1$, como cuando se hacen afirmaciones contradictorias de un mismo individuo.

Para llevar a cabo la eliminación de cuantificadores se procede a transformar las proposiciones universales en conjunciones de proposiciones singulares y las proposiciones existenciales o particulares en disyunciones de proposiciones singulares. Se parte ante todo de que el universo no es vacío, es decir, tiene entidades. Si se empieza con $k=1$, entonces la proposición singular es equivalente a la particular y ésta a la universal. Así “Juan es sabio”, en un universo con $k=1$ es equivalente a “alguien es sabio” y a “todos son sabios”, pues solo hay un individuo, Juan. En cambio, cuanto $k>1$, hay que proceder a desglosar las proposiciones generales (universales y particulares). Si $k=2$, donde los individuos sean a y b , entonces “alguien es sabio” equivale a “ a es sabio o b es sabio” y “todos son sabios” se transforma en “ a es sabio y b es sabio”. “Alguien es sabio” es verdadera, cuando hay dos individuos, si y solo si por lo menos uno de ellos es sabio. En tal caso “todos son sabios” es verdadera si y solo si a es sabio y b es sabio.

Es evidente que el número de proposiciones en que se transforma cada proposición cuantificada es igual a k . En otras palabras, si $k=2$, cada

proposición universal o existencial se convertirá en dos proposiciones, unidas por una conjunción en el caso de las universales y por una disyunción en el caso de las existenciales. Para $k>1$ el número de conectivas que unen las proposiciones resultantes será igual a $k-1$. Las proposiciones que originalmente son singulares, y que por tanto no tienen cuantificador, no se multiplican: simplemente cada una sigue siendo la misma, con la misma constante o con otra que le asignemos, siempre y cuando dondequiera que aparezcan conserve la misma constante individual. Así, la proposición **singular** “Sócrates es sabio”, debe conservar la misma letra de constante individual dondequiera que aparezca.

Esta característica de la representación tiene que ver con la conexión entre la constante de predicado y la constante individual: puesto que el predicado se conserva, el individuo que lo tiene se mantiene también igual. No hay aquí ningún problema con la identificación de los individuos porque no hay problema en la conservación de sus características.

Una vez eliminados los cuantificadores y sustituidas las proposiciones generales por singulares, entonces se puede asignar valores veritativos a cada una de ellas para tratar de conseguir la asignación V-F (1-0), señal de invalidez. Cuando no se consigue de ninguna manera, el argumento es válido. Por otra parte, si el argumento cuantificado solo tiene proposiciones universales con una sola variable, se puede eliminar el cuantificador y la variable todas las veces que aparecen y entonces el argumento se transforma en un argumento proposicional, al que se le puede aplicar la tabla de verdad reducida sin ninguna dificultad.

¿Qué implicaciones filosóficas tiene este procedimiento? ¿Estamos “visitando” unos lugares extraños donde vive, en el primero de ellos solo un individuo, en el segundo solo dos, y así sucesivamente, para ver si el argumento bajo prueba es válido en cada uno de esos lugares extraños? ¿Diríamos entonces que un argumento es válido en uno de esos mundos pero no en otro, o más bien que en alguno de esos mundos, a saber, donde $k=2^n$, se resuelve definitivamente el asunto de la validez del argumento para todos los casos? ¿O más bien estamos haciendo una serie de suposiciones con el único propósito de

detectar si el argumento es válido o inválido sin más? En el primer caso tenderíamos a decir que el argumento a veces es válido, es decir, que hay mundos posibles (no contradictorios) en los que el argumento sería válido. En el segundo caso no admitiríamos semejante manera de hablar: el argumento puede engañarnos pareciendo válido en ciertas circunstancias, y son justamente esas circunstancias las que le permiten engañarnos, pero el argumento sin más es válido o inválido, del mismo modo que en cálculo proposicional a veces algunas asignaciones de valores veritativos ocultan la invalidez de un argumento inválido haciéndolo aparecer como si fuera válido.

En el primer caso nuestra ontología aumentaría: al lado de otros entes, habría que colocar esos mundos posibles ordenados según el número de individuos y de predicados en cada uno de ellos. En el segundo caso no hay que aumentar nuestra ontología: lo único que hay que hacer es una operación técnica que quizá podría ser sustituida por otra que no incluya la noción de mundos posibles, como por ejemplo la de combinaciones posibles.

Nótese que la noción de mundos posibles en las teorías analizadas no es una explicación del procedimiento seguido para determinar validez semántica en cálculo cuantificado. Ese procedimiento puede aplicarse sin variar en lo más mínimo incluso si afirmamos que no existe más mundo posible que éste en que vivimos. Al igual que en el caso de los dos dados que analiza Kripke y al que nos referiremos en el lugar correspondiente, posibilidades y actualizaciones son aspectos de una única realidad, aunque de diferente manera, y no dos tipos separados de realidad.

El procedimiento descrito introduce nociones que se parecen a los mundos posibles de las teorías consideradas en la medida en que se tienen en cuenta distintas posibilidades, pero éstas no afectan a los individuos mismos. La única diferencia entre un mundo posible en que $k=1$ y otro en que $k>1$ es el número de individuos; el individuo a de $k=1$ sigue siendo exactamente el mismo en $k>1$, con los mismos predicados. Podemos imaginar los diferentes mundos modelados como un círculo que se expande continuamente al incorporar nuevos individuos, pero en el que cada individuo incorporado permanece inalterado a medida que se añaden nuevos individuos.

5. Algo sobre los axiomas y la semántica de los cálculos modales

Se supone que un cálculo lógico sirve para probar la validez o invalidez de un argumento, y que de alguna manera refleja nuestras intuiciones sobre si un argumento es válido o no. Los autores G.E.Hughes y M.J.Cresswell en *Introducción a la lógica modal*¹⁰ incluyen dentro de estos requerimientos intuitivos los siguientes puntos:

- a) Relación entre posibilidad y necesidad, de modo que se pueda definir una en términos de la otra.
- b) Los operadores modales no son veritativo-funcionales: a diferencia del cálculo proposicional, no podemos determinar el valor veritativo de una fórmula bien formada con solo conocer el valor veritativo de sus variables o constantes proposicionales y la tabla de verdad de las conectivas que las unen. En la lógica modal, hay vacíos en la asignación de valores veritativos de fórmulas bien formadas.
- c) Todos los sistemas de lógica modal presuponen el rechazo de ciertas fórmulas, negativa que coincide con nuestras intuiciones modales. En particular se niega la validez de las siguientes fórmulas:

$$F.1 Lp \leftrightarrow \neg p$$

$$F.2 Lp \leftrightarrow p$$

$$F.3 Lp \leftrightarrow (p \vee \neg p)$$

$$F.4 Lp \leftrightarrow (p \wedge \neg p)$$

" p es necesario" no puede ser equivalente ni a p ni a su negación, aunque por otra parte $Lp \rightarrow p$ es obviamente válido. Si p es necesario entonces no podemos sustituirlo por una disyunción entre p y su negación, ni tampoco podemos hacer la operación inversa. Una simple consideración confirma la misma idea: mientras la disyunción entre p y su negación es una tautología, Lp no es una proposición tautológica sino más bien contingente (puede ser verdadero pero también falsa). En F.4 la equivalencia se establece entre Lp y la conjunción de p y su negación; mientras tal conjunción es una contradicción, Lp obviamente no lo es.

Además de lo señalado por Hughes y Cresswell podemos añadir que otras fórmulas aceptables sin discusión corresponden igualmente a nuestras intuiciones modales:

$$F.5 \neg p \rightarrow \neg Lp$$

$$F.6 \neg(\neg p \rightarrow \neg Mp)$$

$$F.7 Lp = \text{df.} \neg M\neg p$$

F.5 afirma que si no se da p , p no puede ser necesario. De lo contrario tendría que darse. F.6 establece lo contrario para la posibilidad: no es el caso que de la negación de p se siga la negación de su posibilidad. Puede ser que no se de, pero de ahí no podemos concluir que no es posible. Por las tautologías habituales F.6 se transforma en fórmulas intuitivamente aceptables que coinciden en lo mismo: si se da p , es posible p ; si no es posible p , no se da p , y puede darse $\neg p$ con Mp .

Se relaciona con F.6 otra fórmula de lógica modal que intuitivamente no nos parece válida, a saber, $M(\exists x)Fx \rightarrow (\exists x)(M)Fx$ (si es posible que exista una x tal que es F , entonces existe una x que posiblemente sea F). Como dirían los escolásticos, de la posibilidad de la existencia no podemos concluir la existencia, aunque sea de la posibilidad. Esta es una de las fórmulas conocidas como de Barcan-Marcus, que a su vez incluyen otras fórmulas que tienen que ver con la necesidad en cuantificadores universales, según las cuales $L(x)Fx \rightarrow (x)(L)Fx$, y a la inversa: si es necesario que todas las x sean F , entonces todas las x necesariamente son F , y si todas las x necesariamente son F , entonces necesariamente todas las x son F . Mientras sobre estas últimas ha habido mucha discusión, en cambio sobre el paso de la posibilidad de la existencia a la existencia de la posibilidad el consenso parece mayor en cuanto a la invalidez.¹¹ Y, sin embargo, unas se pueden derivar de las otras.

F.7 es la definición de necesidad usando la noción de posibilidad como primitiva. Si algo es necesario, no es posible su negación. Justamente aquí encontramos uno de los problemas filosóficos más importantes en conexión con la lógica modal, que podemos ver en la discusión sobre si las nociones modales son reducibles a otras. Según Jaakko Hintikka y su discípulo Simo Knuuttila¹² Aristóteles y los escolásticos entendieron las nociones modales de la siguiente manera:

- Necesario: siempre es el caso (siempre verdadero)
- Imposible: nunca es el caso (siempre falso)
- Posible: a veces es el caso (a veces verdadero)
- Contingente: a veces es el caso y a veces no es el caso (a veces verdadero y a veces falso).

Esta semántica de las nociones modales se conoce como *estadística* por cuanto las nociones modales se transforman en enunciados de frecuencia de los valores verdadero y falso. Independientemente de que en efecto Aristóteles y los escolásticos la hayan enseñado, tiene por lo menos dos ventajas: no es circular (a diferencia de la definición de “posible” como “verdadero en por lo menos un mundo posible”) y es extensional.

La interpretación estadística de la modalidad ha sido rechazada por Klaus Jacobi, quien considera incorrecto afirmar que Aristóteles y los escolásticos hasta el siglo XIII entendieron así las nociones modales.¹³ En una argumentación que compartimos, Jacobi considera que según Aristóteles no sería adecuado decir que a la pregunta “¿Qué entendemos por posible?” la respuesta sea simplemente “ocurre alguna vez”. Tampoco la definición de *necesario* como “ocurre siempre” sería aceptable para él y los escolásticos; en vez de decir que algo es necesario *porque ocurre siempre* tendríamos que decir que algo ocurre siempre *porque es necesario*. Es fácil concebir que algo ocurra siempre sin que sea necesario. La frecuencia estadística es una consecuencia de nociones modales más básicas, no al revés.¹⁴ Por una parte, si algo es necesario ocurre siempre pero aunque haya ocurrido siempre hasta ahora podría no ser necesario. Por otra parte, y para usar un ejemplo que seguramente habría gustado a Aristóteles y a los escolásticos, los seres humanos siempre son racionales porque la característica de racionalidad es necesaria para ser humano ya que de otro modo no lo sería, y por tanto no es correcto decir que necesariamente los seres humanos son racionales *porque* siempre lo son. Si por hipótesis existiera solo un ser humano, tendría que ser racional porque de lo contrario no sería humano, y no tendríamos ninguna pluralidad para constatar si todos los seres humanos son racionales.

Para Aristóteles las nociones modales son imprescindibles y se explican en relación con el mundo real actual, sin referencia alguna a mundos posibles ni a otras nociones supuestamente más primitivas. Si la interpretación estadística de la modalidad fuera correcta, las nociones modales aristotélicas serían eliminables.

Finalmente, para completar F.1-F.7 digamos que hay una semántica primitiva en relación con la combinación de variables proposicionales y sus negaciones con los operadores modales que también es parte de nuestras intuiciones básicas. Si p es verdadero, Mp es también verdadero. Si p es falso, Lp es igualmente falso. Si Lp es verdadero, también lo es p . Si Mp es falso, igualmente p . Pero esta semántica es incompleta: si Mp es verdadero no podemos concluir nada acerca de la verdad de p , y si p es falso no podemos concluir nada acerca de Mp . Tampoco podemos pasar de la verdad de p a la verdad de Lp . Los escolásticos decían que de la necesidad se puede concluir la posibilidad pero no al revés, y que del ser se puede concluir el poder ser, pero no al revés.

Hemos insistido desde el comienzo en la aplicación de intuiciones sobre validez porque la justificación habitual para la formulación de dichos cálculos es la sistematización de la validez de argumentos con operadores modales, al igual que en la lógica proposicional y de predicados. Si luego se abandonan estas intuiciones y se procede como si no existieran, el propósito original no se logra y el cálculo que se propone tras el olvido de la intuición queda en deuda. *Este es justamente uno de los problemas que surgen con la noción de mundos posibles.*

Veamos a continuación el desarrollo de los cálculos modales más conocidos, y desde el comienzo volvamos a las intuiciones sobre validez. En primer lugar, desgraciadamente nuestras intuiciones modales están lejos de ser suficientes para guiarnos en la pluralidad de cálculos modales no coincidentes. Pero, por otra parte, muchos de los resultados de tales cálculos entran en conflicto con algunas de nuestras intuiciones más firmes. Veamos ahora cuáles son esos cálculos, llamados habitualmente "sistemas", aunque es difícil saber por qué.

El cálculo más débil en lógica modal se conoce como Sistema M o T . Asume las

tautologías del cálculo proposicional, y añade los siguientes axiomas, en los que se usa la letra L (o un cuadrado) para el operador de necesidad y la letra M (o un rombo) para el de posibilidad:

$$A.1 L(p \rightarrow q) \rightarrow (Lp \rightarrow Lq)$$

$$A.2 Lp \rightarrow p$$

El más obvio de los axiomas es A.2, pues si algo es necesario debe darse, y esto corresponde sin problemas a nuestras intuiciones modales. Las transformaciones lógicas usuales refuerzan la sensación de familiaridad que nos produce el axioma. Así, la negación de este axioma es una contradicción: diríamos de algo que es necesario y que, sin embargo, no ocurre. También es obvia la aplicación del modus tollens: si tenemos A.2 y afirmamos la negación de p obviamente concluimos que p no es necesario. Incluso se mantiene la estructura de las falacias habituales del condicional: de A.2 y la negación de Lp no podemos concluir la negación de p (pues p podría darse aunque no sea necesario) ni podemos concluir Lp a partir de p , puesto que del hecho de que p sea verdadero no podemos concluir que sea necesario.

Menos obvio es A.1. El primer operador modal a la izquierda afecta al paréntesis y, por tanto, afecta a la conectiva, que es un condicional; el segundo, en cambio, se aplica a las variables proposicionales. Aquí mismo parece haber un problema importante de interpretación: ¿tiene el mismo significado siempre un operador que modifica tanto a las variables como a las operaciones con variables? ¿Qué significa que un condicional es necesario? Los problemas aumentan cuando aplicamos las operaciones habituales: de A.1 y la negación de su consecuente no parece seguirse la negación del antecedente; la transposición, en la que se invierten las partes del condicional y se niegan ambas, $\neg(Lp \rightarrow Lq) \rightarrow \neg L(p \rightarrow q)$, no parece corresponder a nada evidente y menos evidente parecen las versiones habituales de las falacias de la negación del antecedente y la afirmación del consecuente.

Supongamos, para ver los problemas, que negamos $Lp \rightarrow Lq$ en A.1. Por modus tollens deberíamos negar entonces $L(p \rightarrow q)$, lo que a su vez equivale a decir que es posible que de p no se siga q . Pero ¿qué tiene que ver la negación de *este* consecuente con la negación de *este* antecedente?

¿Por qué, si no es el caso que si p es necesario entonces q es necesario, entonces no se da el caso de que sea necesario que si p entonces q ? Ya hemos dicho que parte del problema es la aplicación del operador modal tanto a conectivas como a variables; ahora vemos que la negación del operador genera cosas diferentes según se trate de conectivas o de variables. Puesto que la negación del operador de necesidad se define como la posibilidad de que no se de, la negación de la necesidad de la conectiva significa que es posible que no se de la operación correspondiente. Por otra parte, la negación de que $Lp \rightarrow Lq$, según las tautologías habituales del cálculo proposicional que se presuponen en lógica modal, equivale a afirmar que se da Lp y no se da Lq , o sea, que mientras p es necesario q no lo es.

Una manera de entender el axioma es como una regla para introducir el operador de necesidad dentro de un paréntesis cuando la conectiva dentro del paréntesis es un condicional. Pero, puesto que se trata de un condicional y no de una equivalencia, tendríamos que tomarlo como una regla de inferencia y no como una tautología de equivalencia. En tal caso funcionaría como un caso particular que permite aplicaciones del modus ponens y tollens: si es necesario que de p se siga q , entonces, de que sea necesario p se sigue que es necesario q . Si tenemos el primer condicional, obtenemos el segundo. Si tenemos la negación del segundo condicional, podemos inferir la negación del primero. Ciertamente así funciona, pero parece un trabajo desproporcionado introducir un axioma simplemente para que funcione como una regla de inferencia.

El sistema de lógica modal llamado Brouwer añade un axioma más:

$$A.3 \quad p \rightarrow LMp$$

Este axioma es más fuerte que nuestra intuición corriente de que, si se da p , p es posible ($p \rightarrow Mp$). En A.3 se dice que, si se da p , es necesario que p sea posible. Podría parecer que no hemos añadido gran cosa, pero veamos la diferencia entre nuestra intuición corriente y el axioma añadido:

- de $p \rightarrow Mp$ se sigue algo perfectamente aceptable por modus tollens, a saber, si no es posible p entonces no se da p ;

- en cambio, de A.3 por modus tollens se infiere algo bastante menos claro: si no es necesario que p sea posible, entonces no se da p . Pero, ¿por qué tiene que ser necesario que p sea posible para que se de p ? ¿No basta con que p sea posible para que se de p ? De hecho A.3 añade algo que en nuestra concepción corriente de validez modal no parece claro.

Hay otro sistema modal, llamado S-4 que añade a M otro axioma diferente a A.3, que llamaremos A.3b por ser alternativo:

$$A.3b \quad Lp \rightarrow LLp$$

Es el primer axioma en el que tenemos el mismo operador modal repetido, y se supone que su utilidad consiste en permitir la eliminación de cualquier cantidad de operadores modales repetidos para quedarnos únicamente con el último, en virtud de que los siguientes teoremas son derivables en S-4:

$$T.1 \quad Lp \leftrightarrow LLp$$

$$T.2 \quad Mp \leftrightarrow MMp$$

Si el propósito de S-4 es despachar la repetición de operadores modales, en buena hora. El mismo resultado se obtendría con una regla para la formación de fórmulas bien formadas que prohíba su repetición. El problema es que el lado derecho de las equivalencias T.1 y T.2 parece decir más que el lado izquierdo de ambas, aunque no sepamos qué es exactamente lo que se añade. ¿Qué quiere decir que algo es doblemente necesario? Es probable que cada cual lo entienda a su manera, además de que algunos no le encontrarían ningún sentido a la expresión. De hecho, la prueba de aplicar modus tollens a A.3b es ilustrativa: si negamos LLp , hay que negar Lp , lo que enseguida nos plantea la siguiente pregunta: ¿por qué se niega que p sea necesario a partir de la negación de que es necesario que sea necesario? Aquí, sin embargo, ayuda comparar A.3b con combinaciones de operadores diferentes: si en vez del operador de necesidad tuviéramos el de posibilidad, entonces no podríamos concluir que sea necesario p y sería muy fácil ver la falacia. En efecto, de la afirmación de que es posible que p sea necesario obviamente no podemos concluir que p sea necesario.

Finalmente, hay otro sistema que contiene tanto al de Brouwer como el S-4, llamado S-5 y que tiene un solo axioma adicional:

A.4 $Mp \rightarrow LMp$

La diferencia con A.3 está en el antecedente: p en A.3, Mp en A.4

En S-5 se obtienen los siguientes teoremas:

T.3 $Mp \leftrightarrow LMp$

T.4 $Lp \leftrightarrow MLp$

Se supone que la gran utilidad de estos teoremas es que permiten la reducción de cadenas de operadores modales diferentes para quedarnos únicamente con el último. Al igual que los teoremas anteriores, el lado derecho de las equivalencias parece decir algo más, o algo diferente, a lo que expresa el lado izquierdo. De nuevo, nuestras intuiciones sobre validez modal no alcanzan para interpretar estas fórmulas con seguridad. Pero hay además una gran diferencia entre T.3 y T.4 si nos atenemos a esas intuiciones modales. T.3 plantea menos problemas, pues si p es posible podría parecernos aceptable que sea necesario que sea posible, y si es necesario que sea posible obviamente es posible. Pero T.4 no goza de la misma *aceptabilidad intuitiva*: ¿que podríamos concluir de la afirmación de que es posible que sea necesario p ? Muchos diríamos que no se puede concluir nada. Si es posible que sea necesario p , parece que no podemos concluir que se de p , pues el operador de necesidad ha quedado debilitado con el de posibilidad a la izquierda. Tampoco parece que podamos concluir que p es necesario, pues simplemente se ha dicho que es posible. Sin embargo, T.4 es un teorema aceptado y utilizado en lógica modal, una rama de la lógica que se ha catalogado como una extensión de la lógica estándar¹⁵ pero que no comparte con ésta la facilidad de interpretación ni la correspondencia con simples intuiciones acerca de la validez de argumentos.

En realidad, el problema planteado por T.4 es compartido por T.3, aunque en T.3 no parece tan evidente: ¿cuál es el alcance de un operador modal cuando tiene a su derecha otro operador modal? ¿Modifica únicamente al operador siguiente, o a la fórmula modal completa que sigue? Ciertamente la lectura difiere según la interpretación que demos a la serie de operadores:

- “ p es posiblemente necesario” si entendemos que el operador M toma como argumento inmediato al operador L y, juntos, toman como argumento la variable proposicional p ;

- “‘ p es necesario’ es posible” si entendemos que el operador M toma como argumento la fórmula Lp .

En el primer caso, ¿qué significa “es posiblemente necesario”? ¿Quiere decir que es igualmente posible que no lo sea? Muchos lo entenderían así de primera entrada. En el segundo caso, ¿qué quiere decir “‘ p es necesario’ es posible”? Podemos ejemplificar nuestra duda de la siguiente manera: supongamos que alguien afirma que existe un ser necesario. A esta afirmación alguien responde diciendo que se debe probar antes que es posible que exista un ser necesario (de hecho Leibniz lo dice). ¿Habría alguna diferencia entre probar que existe un ser necesario y probar que es posible que exista un ser necesario? La proposición “existe un ser necesario” parece mucho más fuerte que la proposición “es posible que exista un ser necesario”. Por lo menos a primera vista la diferencia estaría en que la primera exige *prueba mientras la segunda no. Enseguida vemos también una cierta simetría en las negaciones*: mientras “no existe un ser necesario” podría tomarse como algo que no requiere pruebas, en cambio “no es posible que exista un ser necesario” demanda por lo menos explicaciones.

Una respuesta frecuente a las preocupaciones anteriores consiste en decir que los axiomas y teoremas de los cálculos modales deben aceptarse como conjuntos de signos sin interpretación, cuya única utilidad está en la generación de otros conjuntos de signos de acuerdo con reglas establecidas, de modo que el único compromiso es con la corrección formal de cadenas de símbolos a partir de reglas. Según esta manera de ver las cosas ni la interpretación ni la correspondencia con intuiciones debería ser criterio para su aceptación; introducir esos elementos sería un proceder ilegítimo.

La respuesta a esta actitud es fácil, y se puede formular en forma de pregunta: ¿no era acaso el propósito de la lógica modal la sistematización de los problemas de validez de argumentos con operadores modales? Si ahora se dice que debemos olvidarnos de la interpretación, también tendremos que olvidarnos del propósito de la lógica, y entonces queda todavía por hacer lo que inicialmente se había prometido

hacer. Formalizar cálculos sin preguntarse por la interpretación, ni por la coincidencia o no con intuiciones sobre validez de argumentos modales, puede ser muy entretenido. Pero no equivale a hacer lógica, ni modal ni de otra clase, pues el objeto de la lógica es el estudio de la inferencia, con sus propiedades de validez e invalidez.

Dijimos antes que la aplicación de operadores modales indistintamente a variables y a fórmulas bien formadas plantea problemas.¹⁶ Ahora vemos que, además, los operadores modales se aplican también a otros operadores y que tal combinación se puede entender al menos de dos maneras. Los problemas de interpretación de las expresiones modales con operadores que aparecen afectando variables, fórmulas completas y otros operadores, cuando las tratamos de entender siguiendo nuestra intuición de validez, quedan flotando aun cuando se aplique la noción de mundos posibles. Suponemos aquí que estas dificultades iniciales no resueltas vician cualquier intento posterior de solución. El famoso lógico de Harvard Willard van Orman Quine (1908-2000) tenía sus razones propias para afirmar que la lógica modal nació en pecado original; hemos visto hasta ahora algunas razones más.

Una última consideración sobre axiomas y teoremas de cálculos modales: si tomamos los axiomas y teoremas de S-5, la definición de necesidad en términos de negación de la posibilidad de negación de p ($Lp = \text{df.} \neg M\neg p$), más las tautologías habituales de la lógica, obtendremos numerosos teoremas que a veces se alejan enormemente de nuestras intuiciones habituales sobre validez modal. Bástenos un ejemplo: de LM ($p \rightarrow q$) concluimos, aplicando equivalencia adaptada, que $\neg ML (p \wedge \neg q)$. En palabras del lenguaje ordinario, si es necesario que sea posible que si p entonces q , entonces no es posible que sea necesario que se de p pero no se de q . Correcto, pero ¿qué quiere decir todo esto?

Después de aparecer los cálculos modales con sus reglas, la siguiente etapa fue el desarrollo de las semánticas correspondientes. Aquí los nombres importantes son los del sueco Stig Kanger, del finlandés Jaakko Hintikka y del norteamericano Saul A. Kripke.¹⁷ Es interesante señalar que Kripke trabajó en la semántica modal en 1963, usando para ello la noción de mundos posibles,

y sin embargo en su obra de 1972, *Naming and Necessity*, considera que tal noción no es necesaria puesto que se puede sustituir ventajosamente con la utilización de lenguaje modal.

La estrategia seguida en la década de los sesentas por los autores mencionados y otros muchos consistió en explicar la necesidad y la posibilidad en proposiciones utilizando la idea de mundos posibles y aprovechando las ideas de Leibniz sobre esta materia.

Se empieza con la semántica de lógica modal proposicional y con el más débil de los sistemas, M o T. Kripke introduce la idea de un modelo M , que consiste en la tripleta (G, K, R) donde K es un conjunto de objetos, G es uno de los objetos que se encuentran en K , y R es la relación que opera sobre los miembros de K . Más en concreto, K es el conjunto de todos los mundos posibles, G el mundo actual y R la relación de accesibilidad, entendida como posibilidad relativa. Un mundo posible cualquiera, W , es accesible a otro mundo posible W' , cuando cada situación que tiene lugar en W es posible en W' . En el modelo M y en todos los cálculos modales esta relación de accesibilidad es refleja: todo mundo posible es accesible a sí mismo.

Tomemos ahora las fórmulas atómicas del cálculo M. El modelo (una función binaria que conecta fórmulas atómicas, mundos posibles y valores veritativos) asigna a cada fórmula atómica de M un valor veritativo en cada mundo. Esto permite a su vez establecer el valor de verdad de cualquier proposición molecular de M en cualquier mundo posible dentro del modelo. Para ello se utilizan las reglas siguientes, que recuerdan las del cálculo proposicional:

- (a) $\neg p$ es verdadero en W syss (si y solo si) p es falso en W .
- (b) $(p \vee q)$ es verdadero en W syss o bien p es verdadero en W o bien q es verdadero en W .
- (c) Mp es verdadero en W syss hay por lo menos un mundo posible W' accesible a W y en el que p es verdadero.
- (d) Lp es verdadero en W syss para todo mundo posible W' , accesible a W , p es verdadero en W .

La regla (d) se reformula fácilmente diciendo que una verdad es necesaria si es verdadera en todos los mundos posibles. Puesto que necesario

es aquello que no es posible que no sea, esto equivale a decir que no es posible que no sea aquello que se da en todos los mundos posibles. De nuevo encontramos el problema de la circularidad al definir las nociones modales en términos de mundos posibles, y también tropezamos con el problema de que la universalidad podría ser meramente estadística, en el sentido examinado a raíz de la opinión de Hintikka y Knuutilla sobre Aristóteles y los escolásticos.

La regla(c) tiene que ver con afirmaciones de posibilidad, y establece la verdad de tales afirmaciones poniendo como condición que exista por lo menos un mundo posible accesible al mundo posible en el que hacemos la afirmación, en el que p sea verdadero. A semejanza de (d) aunque más claramente, (c) suena a círculo vicioso: " p es posible" es verdadero en w si hay un mundo posible w' en el que p sea verdadero.

Para el sistema Brouwer (en adelante B) se añade una característica más a la relación R : además de refleja, debe ser simétrica. Es decir, dados dos mundos posibles W y W' , si W es accesible a W' , entonces W' es accesible a W . En términos aún más claros (casi nunca presentes en las exposiciones de lógica modal), si algo es posible en W en relación con W' , también es posible en W' en relación con W .

El axioma adicional de B, $p \rightarrow LMp$ es válido en todos los mundos posibles porque sería falso en W únicamente en el caso de que p sea verdadero pero LMp sea falso. Ahora bien, LMp sería falso en W únicamente si hay un mundo accesible a W para el cual no hay un mundo accesible en el cual p sea verdadero. Esto sólo se podría dar si W no es accesible a todos los mundos que sean accesibles a W , donde justamente p es verdadero. Pero si la accesibilidad es simétrica, entonces W será accesible a todos los mundos que son accesibles a W y, por tanto, para todos los mundos posibles p es verdadero en W . Supuestamente así se entiende la afirmación de que, si se da p , entonces es necesario que sea posible p . Si p es verdadero en W , es posible en W y en cualquier mundo W' accesible desde W .

Se continúa luego con la validez en S-4, para lo cual se crea el modelo S-4. La diferencia con el modelo anterior es que aquí la accesibilidad es refleja (como en M) y, además, transitiva. El

axioma inicial de S-4, $Lp \rightarrow LLp$, se entiende de la siguiente manera: si Lp es verdadero entonces LLp no puede ser falso porque esto exigiría que p sea verdadero en todos los mundos accesibles a W pero falso en algún mundo accesible a algún mundo accesible a W . Pero si p es necesario en W , y la relación de accesibilidad es transitiva, entonces p será igualmente necesario en cada uno de los mundos accesibles a W' y accesibles a los mundos accesibles a W' .

Finalmente, en S-5 se supone que la accesibilidad es refleja (como en M, B y S-4), simétrica (como en B) y transitiva (como en S-4). Los mecanismos para probar el axioma adicional de S-5, $Mp \rightarrow LMp$ son similares: el axioma sería falso en un mundo posible en el que Mp sea verdadero y LMp falso, pero esto no es posible si Mp es verdadero en un mundo posible que no solo es accesible a sí mismo, sino también a todos los demás, los que a su vez son accesibles al primero.

Después de la semántica de la lógica modal proposicional aparece la semántica de la lógica modal cuantificada, concebida como una serie de direcciones para determinar el valor de verdad de fórmulas que incorporan predicados y cuantificadores. Para ello Kripke introduce la noción de *modelo cuantificacional*, entendido como una función binaria que asigna predicados y mundos posibles a n -tuplos de objetos en el conjunto U de todos los objetos posibles. Para hacer corta una historia muy larga, la estrategia seguida en la semántica de la lógica modal cuantificada consiste en entender el operador de necesidad como un cuantificador universal y el operador de posibilidad como uno existencial. Algo es necesario si es verdadero en todos los mundos posibles; algo es posible si es verdadero en alguno de los mundos posibles.

En su obra *Introducción a la lógica modal* G.E. Hughes y M.J.Cresswell¹⁸ explican informalmente en qué consiste y para qué sirve la accesibilidad usando la metáfora de un juego. Supongamos que tenemos varios jugadores, cada uno con una tarjeta en la que hay algo escrito. Para simplificar el juego, supongamos que en las tarjetas solo aparece (o no aparece, según sea el caso) la letra p . Cada jugador puede mirar su propia tarjeta (reflexividad); un jugador mira la tarjeta de su vecino, éste la del siguiente, y el

primero se entera así del contenido de la tarjeta del tercero (transitividad) y cada jugador puede mirar las tarjetas de sus vecinos y éstos la suya (simetría). Para aclarar más el uso de la transitividad hay que suponer que por este mecanismo un jugador puede enterarse del contenido de todas las tarjetas.

Tratemos ahora de determinar si p es verdadera, posible, imposible o necesaria (el juego no consigue determinar si p es contingente, pero de todos modos la lógica modal actual parece haberse olvidado de esa noción). Nos basta con preguntar a cualquier jugador. Si el jugador al que preguntamos encuentra p escrita en su tarjeta, entonces p es verdadera. Si no la encuentra en su tarjeta pero la puede ver en la de otro, entonces p es posible. Si además de encontrarla en su tarjeta la encuentra en todas las demás, es necesaria. Si no la encuentra escrita en su tarjeta ni en ninguna otra, entonces p es imposible. Cada jugador con su tarjeta es como un mundo posible. El juego tiene la ventaja de reproducir el carácter puramente extensional de la noción de mundos posibles, pues para determinar la modalidad de p no necesitamos tener en cuenta el contenido de p , sino únicamente su presencia o ausencia en una tarjeta. Establecidas las reglas para conocer la modalidad, y dadas las condiciones del juego, siempre es posible determinar si p es verdadera, posible, necesaria o imposible en un conjunto de mundos posibles. Hasta aquí el juego tal como lo conciben Hughes y Cresswell.

El juego sirve también, desgraciadamente, para ver las limitaciones del enfoque extensionalista en lógica modal. Es muy fácil imaginar las paradojas que se siguen si ahora en vez de p pensamos en proposiciones concretas. Supongamos de nuevo que tenemos un conjunto de jugadores con sus tarjetas, pero ahora pensemos que cada tarjeta tiene o no una proposición completa escrita. Tomemos como al principio un jugador cualquiera que puede ver su propia tarjeta y enterarse del contenido de las tarjetas de los demás. Conservemos para empezar las reglas para determinar la modalidad de las proposiciones. Solo que ahora p corresponde a la proposición “todo triángulo tiene tres lados”, y así lo saben todos los que participan en el juego.

A la pregunta “¿es p verdadera?” el jugador contesta siguiendo las reglas. Supongamos que no la encuentra en su tarjeta. Tendría que contestar negativamente. Si no la encuentra en ninguna, diría que es imposible. Si no la encuentra en la suya pero sí en alguna otra, su respuesta sería que la proposición es posible.

Podemos imaginar ahora una variación de las reglas del juego: el jugador puede mirar solo su tarjeta y no las de los otros (es decir, la accesibilidad es refleja pero no simétrica ni transitiva, como en el sistema M), y además tenemos dos proposiciones más: q , que representa “ $2+2=5$ ” y r , que representa “llueve en algún lugar en este momento”. Las tres proposiciones se encuentran escritas de hecho en su tarjeta. A la pregunta “¿es verdadera p ?” el jugador responde que sí, y además añade el comentario de que no haría falta que estuviera escrita en su tarjeta para saber que es verdadera. “Puedo decir además que es necesaria y su negación es una proposición imposible”- añadiría. A la pregunta “¿Es q imposible?” su respuesta sería que sí, a pesar de que esté escrita en la tarjeta. Finalmente, diría sin duda que r es posible, y haría comentarios como los imaginados.

El asunto se complica si introducimos alguna proposición que enuncie la posibilidad de algo que consideramos imposible *físicamente* (es decir, según las leyes naturales), aunque no sea imposible *lógicamente* (es decir, no envuelve contradicción). Supongamos que la proposición es “es posible construir una máquina de movimiento perpetuo”, algo que -como sabemos- viola la Segunda Ley de la Termodinámica a la cual no se conoce excepción.¹⁹ Para que esta proposición de posibilidad sea verdadera en el mundo actual w se requiere que haya un mundo posible w' en el que es verdadera en el sentido de que allí exista una máquina de movimiento perpetuo. Pero, ¿cómo podemos suponer que haya un mundo posible en el que exista una máquina de movimiento perpetuo cuando tal máquina es físicamente imposible en nuestro mundo?

Los autores de *Introducción a la lógica modal*, como Leibniz antes que ellos, tenían por lo menos algunas ideas sobre lo que es posible, necesario e imposible *antes* de concebir la noción de mundos posibles o imaginar cualquier juego

para explicarlo. Leibniz, como muchos de los escolásticos antes que él, consideraban necesaria la lógica en el sentido fuerte de que ni siquiera Dios podría permitirse el lujo de contradecirse, pues de lo contrario no sería Dios. Antes de Leibniz algunos escolásticos consideraron que las verdades necesarias dependen de la voluntad divina y que, por tanto, la necesidad es arbitraria; Descartes recogió esta tradición voluntarista mientras Leibniz es heredero de la tradición intelectualista. Solo así podía Leibniz introducir la noción de necesario como verdadero en todos los mundos posibles sin caer en la paradoja de suponer que en todos los mundos posibles fuese necesario algo contradictorio. Si reducimos las nociones modales a nociones puramente extensionales mediante la noción de mundos posibles, entonces cabe hacerse enseguida la pregunta: ¿cómo determinar que un mundo es *posible*? Al comienzo del largo camino de la lógica modal una pregunta parecida se hacía en relación con las proposiciones; ahora la pregunta se hace en relación con mundos enteros, pero el problema no ha variado mucho.

Una consecuencia de lo dicho sobre la pluralidad de sistemas de lógica modal es que las nociones de necesario y posible se aplican de modo diferente según sea el sistema escogido. En este sentido los diferentes sistemas recogen distintas maneras de ver el mundo, que no siempre se contradicen entre sí.

Por ejemplo, si consideramos que lo que es metafísicamente necesario o posible (es decir, lo que es necesario o posible por razón de su propia naturaleza) varía en cada mundo posible, entonces los cálculos M, B y S-4 nos permiten sistematizar la validez de la lógica modal. Pero si suponemos que lo metafísicamente necesario o posible no varía al pasar de un mundo posible a otro, entonces S-5 es el cálculo modal adecuado. Obviamente esta afirmación funciona si se mantiene la igualdad de circunstancias en los cálculos. Puesto que hemos visto que varios axiomas presentan problemas de interpretación cuando los cálculos en que aparecen se ven como sistemas *lógicos*, la comparación entre cálculos no resulta tan sencilla.

Se dice a veces (por ejemplo Hughes y Cresswell en la obra citada, p.76) que la pluralidad de cálculos

modales permite escoger entre el relativismo y el absolutismo en la aplicación de las nociones de necesidad y posibilidad a los objetos. Esto es cierto siempre y cuando la noción de mundos posibles se sostenga, puesto que tendría sentido decir que lo que es necesario en un mundo posible lo es o no lo es en otro si suponemos que existen. Pero éste es justamente el problema. En la forma como se utilizan dichos cálculos en nuestros días, después del desarrollo de las respectivas semánticas, la noción de mundos posibles resulta casi imprescindible en ausencia de otras opciones.

Si no vemos ninguna razón para afirmar su existencia, entonces se siguen varias consecuencias importantes para la filosofía:

- a) Las nociones modales deberían poderse explicar y aplicar sin utilizar la idea de los mundos posibles.
- b) Los contrafácticos y los términos disposicionales podrían analizarse usando otras categorías de explicación y otros instrumentos para su aplicación.
- c) Los sistemas de lógica modal tendrían que contar con otra semántica.

El desarrollo de la lógica modal, en todo caso, no tuvo en cuenta la opinión de W van O Quine sobre su origen pecaminoso y continuó adelante tratando de resolver los problemas que se plantean con cada paso. El siguiente problema, como es obvio, es el de la identidad transmunda de los individuos. Si hay pluralidad de mundos, ¿qué ocurre con los individuos? La respuesta natural es que un individuo existe en diferentes mundos posibles. Para usar el ejemplo de Leibniz, en un mundo posible Adán muere la manzana y en otro no, y estos mundos posibles difieren enormemente, pues en uno tiene lugar la historia como la conocemos mientras en el otro los primeros seres humanos no pierden su supuesta felicidad original. Pero, ¿cómo sabemos que es el mismo Adán? Si en un mundo posible muere la manzana y pierde la inmortalidad y en el otro no la muere ni es castigado con la muerte, ¿no se trata en realidad de dos individuos distintos, puesto que tienen propiedades diferentes?

En Leibniz el problema se resuelve fácilmente porque los mundos posibles están en la mente divina pero Dios escoge solo uno, el mejor

de todos, y éste es el único actual. Adán *podría* haberse abstenido de comer la manzana, pero el único Adán que existió de hecho desobedeció, y no hay en realidad otros adanes. Aplicando esta visión a un ejemplo más cercano a nosotros, Al Gore *podría* haber ganado las elecciones presidenciales norteamericanas en noviembre de 2000, y *podría* haber tenido lugar un mundo posible en el que los demócratas continúan en el poder después de los ocho años de Bill Clinton, pero en el mundo actual – el mejor de los posibles según Leibniz – Gore pierde las elecciones y Bush las gana en un proceso confuso en el que Gore obtuvo más votos populares que el ganador.

La respuesta de Leibniz nos obliga a pensar en los mundos posibles como mundos *alternativos*, mientras que en cambio en muchas presentaciones de la semántica de los cálculos modales la idea de los mundos posibles funciona si los entendemos como mundos *simultáneos*. Este compromiso con la simultaneidad se ve mejor si conectamos en una sola definición los conceptos de proposición, verdad y mundos posibles, en la forma en que lo hace Robert Stalnaker cuando define una proposición como “a function from possible worlds into truth-values”²⁰ No parece tener sentido esta definición si no añadimos la idea de que los mundos posibles de esta función son simultáneos.

Para evadir tanto el problema de la identidad transmundana como la noción de que los mundos posibles sean simplemente maneras en que las cosas *podrían* haber sido, David K. Lewis propuso su teoría de las contrapartes²¹. En resumen de Stalnaker²² cuatro son las tesis de Lewis:

- a) Los mundos posibles existen y son tan reales como el mundo en que vivimos.
- b) Los otros mundos son cosas del mismo tipo que el mundo actual. Nuestro mundo es solo uno entre ellos y difiere de los demás únicamente porque vivimos en él; por eso lo llamamos *actual*. Este calificativo varía según quien lo use, del mismo modo que todos los términos llamados *índexicos*, cuya referencia depende del usuario y sus circunstancias, como por ejemplo “yo”, “ahora”, “aquí”, etc.
- c) Los mundos posibles no pueden reducirse a nada más básico.

Puesto que todos estos mundos son *simultáneos*, obviamente el mismo individuo no puede existir en más de uno. Lo que hace Lewis es introducir *contrapartes* ^w de un individuo de un mundo posible en algunos otros mundos. Las contrapartes son los individuos propios de un mundo posible que corresponden a los de otro mundo. La relación de ser contraparte no es simétrica ni transitiva, puesto que al individuo *a* en el mundo posible *w* pueden corresponder más de uno o ninguno de los individuos en el mundo posible *w'* y *b* puede ser la contraparte de *a* y *c* la de *b* sin que *c* sea la contraparte de *a*. Obviamente, variados mundos posibles diferentes al nuestro podrían tener contrapartes entre sí sin que tengan ninguna contraparte en nuestro mundo actual. Los duendes de un mundo posible *w'* tendrían contrapartes en los elfos de otro mundo posible *w''* sin que existan duendes ni elfos en nuestro mundo *w*. Para cada habitante de un mundo posible *su* mundo es el actual; nuestro mundo no tiene ningún privilegio sobre los demás aunque parezca mentira. Cada individuo de un mundo *posible* considera que *su* mundo es el *actual*.

La teoría de contrapartes de Lewis supera brillantemente el escollo de la identidad transmundana. Aunque suene extraño decir que la propiedad de ser *actual* es *índexica*, sin embargo tal idea no parece contradictoria, por lo menos a simple vista. Lewis introduce dos tipos de cuantificador existencial, uno llamado “irrestringido” que cuantifica todos los objetos posibles, actuales o no en nuestro mundo, y otro llamado “restringido”, que se limita al contenido de nuestro mundo actual. El irrestringido es primitivo, el restringido derivado del irrestringido. Suena un poco artificioso distinguir dos tipos de cuantificador existencial, pero la distinción no conduce a ninguna contradicción. Ciertamente no tenemos ningún acceso a esos otros mundos paralelos llenos de contrapartes, pero los podemos imaginar vagamente y construir conceptualmente con precisión.

El problema con las contrapartes surge al analizar los contrafácticos. Supongamos que tenemos el siguiente enunciado condicional:

E.1- Si la Corte Suprema del estado de Florida hubiera autorizado el recuento de votos en algunos condados del estado, Al Gore *podría* haber ganado las elecciones de noviembre de 2000 en los Estados Unidos.

Según Lewis P1 se explica de la siguiente manera:

E.2- Existe un mundo posible w' en el que la Corte Suprema del estado de Florida autoriza el recuento de votos en algunos condados del estado y la contraparte de Al Gore gana las elecciones de noviembre de 2000 en los Estados Unidos.

Surge enseguida la pregunta: ¿Es E.2 lo que queremos decir cuando hacemos el enunciado E.1? Nótese que la teoría de contrapartes de Lewis nos obliga a decir en E.2 que no es Al Gore, sino su contraparte, el que gana las elecciones. Mientras E.1 se refiere a Al Gore, E.2 *necesariamente según la teoría* no se refiere a él. Obviamente E.1 y E.2 no significan lo mismo, puesto que estamos hablando de individuos diferentes.

Demos un paso más hasta obtener una contradicción. Modifiquemos E.1 para que diga:

E.1b -Si la Corte Suprema del estado de Florida hubiera autorizado el recuento de votos en algunos condados del estado, Al Gore se habría alegrado mucho.

La paráfrasis correspondiente en teoría de las contrapartes nos daría

E.2b- Existe un mundo posible w' en el que la Corte Suprema del estado de Florida autoriza el recuento de votos en algunos condados del estado y la contraparte de Al Gore se alegra mucho.

El antecedente tanto en E.1 como en E.2 se mantiene igual. En el consecuente la referencia a Al Gore se cambia por la referencia a su contraparte. En E.1b el que se alegra es Al Gore, en E.2b el que se alegra es su contraparte. Pero si es su contraparte, entonces no es Al Gore, y no se avanza mucho si traducimos *counterpart* como *réplica* (al estilo de Nubiola) o como *copia* (al estilo de los traductores de Susan Haack); la contraparte, réplica o copia de x no es x . De modo que Al Gore no se alegra aun cuando en E.1b estamos hablando de Al Gore, y no de otra persona. De "Al Gore se hubiera alegrado mucho" hemos pasado por la alquimia de la teoría de contrapartes a "Al Gore no se hubiera alegrado mucho" (puesto que no es Al Gore el que se alegra en w' , sino su contraparte). Acabamos diciendo lo contrario de lo que inicialmente queríamos decir.

Más problemática resulta la aplicación de la teoría de contrapartes al famoso ejemplo de la distinción entre los dos siguientes condicionales:

C.1 Si Oswald no asesinó a Kennedy otra persona lo hizo.

C.2 Si Oswald no hubiera asesinado a Kennedy otra persona lo habría hecho.

El problema es que mientras C.1 es claramente verdadero, C.2 no lo es. Variaciones de este ejemplo (con otros asesinos y sus víctimas, como John Wilkes Booth y Abraham Lincoln, o con otras historias equivalentes) han dado material para análisis que ocupan gran cantidad de páginas en libros y artículos de revista. Una aplicación no sofisticada de la teoría de contrapartes nos llevaría a parafrasear C.1 de la siguiente manera:

c.1 b Existe un mundo posible w' en el que la contraparte de Oswald no asesina a Kennedy y otra persona (sin contraparte en nuestro mundo w) asesina a la contraparte de Kennedy.

Pero la misma aplicación no sofisticada de la teoría a C.2 nos daría la misma paráfrasis, a pesar de la gran diferencia entre C.1 y C.2. Se pierde de esta manera la idea intuitiva y muy fuerte de que C.1 es aceptable y es verdadera mientras C.2 es por lo menos discutible y sería aceptable tal vez para alguien que ve conspiraciones por todas partes, al estilo de Oliver Stone con sus películas "históricas".

En términos más generales, cuando nos referimos a un individuo en un contrafáctico las características que hipotéticamente le atribuimos a dicho individuo son *de ese individuo y no de otro*. Si las transferimos a otro individuo, de nada nos sirve sustituir el contrafáctico con una interpretación de éste en términos de contrapartes, porque nos obliga a separar los predicados hipotéticos atribuidos a alguien cuando justamente la separación hace que no sean hipotéticos.

La conclusión que podemos obtener sobre la pluralidad de mundos posibles indécicamente actuales de David K. Lewis es muy simple: la teoría es brillante, pero inútil para los propósitos para la que fue diseñada.

El análisis del ejemplo de Oswald y Kennedy es tan interesante e importante que nos saldrá más adelante en más de una ocasión. Lo mismo ocurre con el tema de la identidad transmundana.

Mientras tanto, la teoría de contrapartes de Lewis como artificio para evitar el espinoso problema de la identidad transmundana nos plantea el tema de la identificación de los individuos, y esto a su vez nos remite a la designación de éstos mediante nombres propios. Kripke revivió el asunto en 1972 con su famosa obra *Naming and Necessity*, en la que además conecta los nombres propios con los mundos posibles, noción que había empleado con gran éxito años antes proporcionando una semántica a los cálculos modales existentes.

6. La teoría de designadores rígidos de Saul A. Kripke

Hay dos razones por las que cualquier análisis o posición filosófica sobre los nombres propios tiene consecuencias para la teoría de los mundos posibles:

- a) Porque los nombres propios singularizan y sirven para identificar a los individuos, y el tema de la identidad de un individuo en más de un mundo posible es uno de los más espinosos en la teoría de mundos posibles.
- b) Porque la relación entre el individuo y sus predicados da origen a operadores modales, usualmente definidos ahora en términos de mundos posibles.

Si bien el tema fundamental de la famosa obra de Kripke *Naming and Necessity* (1972) es más bien la naturaleza de los nombres propios, sin embargo es muy importante estudiar su posición sobre los mundos posibles, puesto que muchos de los problemas planteados dentro del tema de los mundos posibles tienen repercusiones para la concepción de los nombres propios. Por otra parte, se trata del mismo autor que años antes había propuesto la semántica para los cálculos modales utilizando justamente la noción de mundos posibles.

Los nombres propios presentan algunas características que los diferencian del resto de los términos o palabras que usamos en nuestros lenguajes cotidianos. Hay un cierto sentido en que no pertenecen al lenguaje: los diccionarios del vocabulario de cada lengua no incluyen nombres propios; uno podría dominar la gramática y el

vocabulario de un idioma sin conocer ningún nombre propio y de hecho es lo que ocurre a alguien que ha aprendido un idioma extranjero cuando empieza a usarlo allí donde es la lengua materna pero sin conocer la cultura local. En cambio, las enciclopedias están llenas de nombres propios de personas, cosas, países, lugares, ciudades, instituciones, regiones, y otros muchos tipos de individuos. Usando metáforas, podríamos decir que los nombres propios son los que atan el lenguaje con la realidad, o que funcionan como anzuelos para pescar en el mundo, o que son los ganchos que conectan ideas abstractas con individuos concretos.

Esta distinción entre nombres propios y términos propios del lenguaje la podemos ver en los lenguajes de señas, como el que usan los sordos: en éstos hay que prever un mecanismo especial para introducir nombres propios, como por ejemplo advertir con un gesto que lo que sigue es un nombre propio, o usar los símbolos de las letras que constituyen el nombre propio en vez de los gestos correspondientes a los términos del lenguaje.

Hay otra diferencia notable entre los nombres propios y los términos del vocabulario propio de un lenguaje: a diferencia de éstos, con los que se pueden construir infinitas oraciones que resultan inteligibles si están bien construidas y si entendemos los términos que las componen, en cambio los nombres propios por sí mismos no nos dicen nada a no ser que los introduzcamos mediante oraciones explicativas comprensibles para el oyente. La proposición "Olmert negocia con Abbas" no dice nada a alguien que no sepa quiénes son Olmert y Abbas, y una reacción esperable es que pregunte quiénes son.²⁴

La respuesta habitual a esa pregunta es lo que los lógicos llaman *descripciones definidas*. "Abbas es el Presidente actual de la Autoridad Palestina" y "Olmert es el Primer Ministro de Israel en estos momentos" establecen una identidad entre nombres propios y descripciones definidas.

¿Son equivalentes los nombres propios a descripciones definidas? Esta es la pregunta a cuyas respuestas dedica Kripke su libro. Russell dice que sí, Kripke dice que no. Para éste último los nombres son designadores rígidos y, por tanto,

no se pueden reducir a ninguna combinación de descriptores, ni a ninguna combinación de predicados.

De paso Kripke analiza la noción de mundos posibles, dado que éstos plantean el problema de la identificación de un mismo individuo en diferentes mundos. ¿Lo identificamos porque coinciden las descripciones definidas, o porque el nombre propio correspondiente tiene un referente que no cambia aunque cambie el mundo posible y cambien los predicados atribuidos al individuo? La primera solución no es aceptable para Kripke; la segunda es preferible si no fuera porque la noción de mundos posibles en si misma es problemática.

Para desechar la utilidad de mundos posibles en este contexto, Kripke empieza analizando el caso de dos dados y la probabilidad de que ocurra cualquier combinación de ambos. Tan reales son los dos dados con seis caras cada uno como la situación en la que dos caras quedan colocadas al caer directamente frente a nosotros. Lo único que estamos haciendo es seleccionando ciertos aspectos de la realidad e ignorando otros. Al calcular probabilidades, lo que hacemos es combinar ficticiamente lo que existe actualmente. *“Real” y “actual” no necesariamente coinciden en cada momento, y de allí surge la noción de posible.* Las posibilidades están dentro de lo que es real, pero no dentro de lo que es actual en cada instante.

Pero para entender las posibilidades no hace falta suponer que existen otros mundos en algún sentido de existir, alejado de éste en que vivimos, en el que se actualicen simultáneamente las otras posibilidades. No hace falta suponer que existan las posibilidades *separadamente* de lo que es real en un momento determinado. Si tenemos solamente dos dados hay 36 posibles combinaciones, de las cuales cada vez que tiramos los dados se actualiza una. Pero no hay, además de ese estado, otros 35 mundos posibles actualizados en algún otro “lugar”. No tenemos ninguna necesidad de suponer que cada vez que ocurre una de las posibles combinaciones todas las demás se actualizan paralelamente, con el mismo individuo que tira los dados y los mismos dos dados. Suponer que eso ocurre no solo no es necesario sino que, además, es totalmente superfluo: no tenemos ningún

acceso a esos otros mundos posibles, su supuesta existencia no nos consta de ningún modo, y aunque existieran de nada nos serviría para aclarar lo que ocurre cuando lanzamos los dos dados. Los resultados del cálculo de probabilidades no varían en lo más mínimo si añadimos los 35 “mundos posibles” adicionales. Kripke señala que tampoco se necesita establecer criterios de identidad transmundana para cada dado; si se nos dice que el dado A es el que tiene la cara con 6 y el B el que tiene la cara con 5, eso es todo lo necesitamos para identificar cada dado; si se nos dice que uno de ellos es un 6 y otro es un 5, eso es todo lo que podemos decir. Pretender que hay 35 o 36 mundos posibles, y que tenemos que establecer criterios para identificar los dados A y B en cada uno de esos mundos es simplemente confundir las cosas sin ninguna necesidad. En la página 15 afirma que se puede sustituir el lenguaje de mundos posibles con el operador corriente “Es posible que...” En la nota 18²⁵ Kripke deja claro que la noción de mundos posibles no es ninguna explicación “última” de nociones de lógica modal. Permite resolver problemas técnicos de la lógica modal, pero no es conceptualmente anterior a las nociones modales. Es verdad que en lógica modal las siguientes definiciones son habituales en nuestros días:

- Necesario: verdadero en todos los mundos posibles;
- Imposible: falso en todos los mundos posibles;
- Posible: verdadero en por lo menos un mundo posible;
- Contingente: verdadero en por lo menos un mundo posible, falso en por lo menos un mundo posible.

Sin embargo, por muchos siglos existieron las nociones modales y la lógica modal sin que se usara la noción de mundos posibles.

En el Prefacio, sobre todo en las páginas 6 y 14, de la obra que comentamos Kripke afirma que la tesis de la designación rígida de los nombres propios corresponde a nuestra intuición sobre la manera como los nombres se conectan con los individuos nombrados. Aunque Kripke rechaza la identificación del individuo con el sub-conjunto de sus propiedades esenciales (p.53) tanto en este mundo actual como en otros mundos posibles, su manera de ver el tema coincide con la idea

tradicional de esencia y de sustancia en filosofía. El individuo es la sustancia primera; el nombre propio designa esa sustancia y tal sustancia, que existe por sí misma independientemente de sus accidentes, es la referencia del nombre propio y, por tanto, el nombre propio es un designador rígido. En la página 15 Kripke dice que rechaza la concepción de mundos posibles como planetas distantes, o como barrios vecinos pero en otra dimensión, o los problemas espurios de "identificación transmundana". Recomienda que en vez de "mundo" se use "estado" o "historia", o "situación contrafáctica", o sustituyendo la terminología de mundos por la modal como en "es posible que..."

Si no hacemos caso a la sana recomendación de Kripke ni nos parece sensata la teoría de contrapartes de Lewis, acabamos con el grave problema de la identidad transmundana, un tema en el que la lógica bordea la ciencia ficción. A este asunto pasamos a continuación.

7. Identidad transmundana en lógica modal

No es de extrañar que Susan Haack considere que la identidad transmundana es el problema más importante dentro del tema de los mundos posibles.²⁶ El problema se plantea de la siguiente manera: ¿cuándo se consideran idénticos los individuos posibles en los diferentes mundos posibles?

Antes de entrar a analizar la clasificación de posiciones que hace Susan Haack, debemos averiguar por qué opina ella que este problema es particularmente "espinoso". Suponemos que con tal expresión quiere decir que cualquier solución que se de plantea problemas serios. Para agravar la situación, Haack plantea el problema de una manera sesgada desde el comienzo:

- a) Se empieza con una proposición contrafáctica (que por cierto no es un *condicional* contrafáctico), como por ejemplo "Sócrates podría haber sido carpintero".
- b) Se procede luego a plantear las condiciones de verdad de esa proposición contrafáctica usando la terminología de mundos posibles. Entonces, la proposición "Sócrates podría

haber sido carpintero" se considera verdadera en nuestro mundo w si y solo si existe un mundo posible w' en el que Sócrates es carpintero.

- c) Entonces surge la pregunta: ¿cómo reconocemos a Sócrates en ese mundo posible? Haack supone que en ese mundo posible hay dos individuos, ambos iguales a Sócrates, pero uno de ellos carpintero y el otro zapatero.
- d) A continuación se pregunta: ¿cuál de los dos es Sócrates?

Pero enseguida vemos que el paso de a) a d) es claramente engañoso, aunque Susan Haack no nos lo diga. Si no sabemos identificar a Sócrates (se supone que ese es el problema de la identidad transmundana) ¿cómo podemos decir que en el mundo posible de dos individuos ambos son iguales a Sócrates? Para decirlo tenemos que saber cómo identificar a Sócrates fuera de este mundo actual, cuando por otra parte se presupone que *eso* es lo que tratamos de resolver.

Supongamos entonces que cambiamos la segunda parte de c) y decimos que aún no sabemos cuál individuo en w' es Sócrates, y que en w' hay muchos individuos. ¿Qué haríamos?

Ahora podemos pasar a la sistematización de posiciones sobre este problema hecha por Haack. Estas son:²⁷

- (1) Se hace una distinción entre propiedades esenciales y no esenciales del individuo, y se toman las esenciales como criterio para identificación (modelo "red").
- (2) Los nombres propios, como designadores rígidos, denotan el mismo individuo en todos los mundos posibles (modelo "arpón"). Esta es la conocida posición de Kripke.
- (3) Es indeseable e imposible exigir criterios de identidad. Así opina Alvin Plantinga.²⁸ Podemos de hecho hacer enunciados de identidad sin que podamos determinar los criterios.
- (4) Un mismo individuo no puede existir en diferentes mundos posibles, o bien porque los mundos posibles no son cosas que existan propiamente hablando y por tanto no hay verdadera pluralidad de individuos idénticos, o bien porque, aunque existen, no puede estar el mismo individuo en más de uno. Entre los partidarios de esta posición Haack menciona

a Leibniz, pues para él los mundos posibles están únicamente en la mente divina y Dios escoge el mejor, que obviamente es solo uno. Hemos visto que para resolver el problema de individuos únicos en pluralidad de mundos David K. Lewis propone su teoría de las contrapartes. También hemos visto ya los problemas que a su vez plantea la teoría de contrapartes, sobre todo en la interpretación de los contrafácticos.

A Haack se le olvida otra posibilidad: que identifiquemos al individuo con descripciones definidas que varíen ligeramente en cada mundo posible. Esta posición sería compatible con la noción de individuo de Bertrand Russell. Así Sócrates en nuestro mundo w se identifica con el filósofo de nariz chata y esposa abusiva que fue maestro de Platón. Al decir que pudo haber sido carpintero en vez de filósofo tendríamos que conservar en w' las características de tener nariz chata y esposa abusiva y tal vez la de maestro de Platón, aunque si ya no es filósofo sino más bien carpintero tendríamos que entender que fue maestro de Platón en la técnica de la carpintería.

Supongamos, finalmente, que tenemos criterios para resolver la identidad transmundana y que podemos identificar a Sócrates filósofo en w con Sócrates carpintero en w' y Sócrates zapatero en w'' . El mayor problema es que no terminan entonces las preguntas realmente interesantes, sino más bien empiezan:

- ¿Es lo mismo decir “Sócrates podría haber sido carpintero y zapatero” que “hay un mundo posible en el que Sócrates es carpintero y otro mundo posible en el que Sócrates es zapatero”?
- Si el Sócrates en w no es carpintero ni zapatero, el Sócrates en w' no es filósofo ni zapatero, y el Sócrates en w'' no es filósofo ni carpintero, ¿cómo pueden ser *el mismo* Sócrates? Si hay *tres* Sócrates ¿cómo pueden ser *un solo* Sócrates? ¿Qué le ocurrió de paso al venerable principio de la indiscernibilidad de los idénticos, según el cual si $x=y$ todo lo que sea verdadero de x también lo es de y , y viceversa?

Finalmente, si no usamos la terminología de mundos posibles para determinar las condiciones de verdad de los contrafácticos, ¿qué otros recursos

nos quedan? Esto nos conduce a un análisis más detallado de los contrafácticos.

8. Sobre condicionales y contrafácticos

Lo primero que sorprende acerca de los contrafácticos es que los autores no se ponen de acuerdo en la noción misma. Así, cuando Bas van Fraassen defiende la idea de que los contrafácticos no hacen falta en la ciencia, y coincide con David K. Lewis en que se caracterizan por la vaguedad y dependencia contextual, no parecen tener en mente el mismo tipo de proposiciones, al extremo de que la proposición “Seattle se parece a San Francisco” sería un contrafáctico según van Fraassen pero no según Lewis.²⁹

Puede aceptarse sin problemas que los contrafácticos padecen de vaguedad y que dependan del contexto en que los enuncia quien los usa, pero obviamente no toda proposición imprecisa o dependiente del contexto es un contrafáctico.

Por su parte, en el artículo “Indicative Conditionals”, publicado en el volumen compilado por Frank Jackson titulado *Conditionals* (Oxford University Press, 1991) Robert Stalnaker trata de explicar los contrafácticos pero decide analizar antes la naturaleza del condicional indicativo. Tradicionalmente³⁰ se ha hecho una tajante distinción entre dos tipos de condicional representados en los siguientes ejemplos que ya hemos mencionado antes y que ahora pasamos a analizar:

C.1 Si Oswald no asesinó a Kennedy otra persona lo hizo.

C.2 Si Oswald no hubiera asesinado a Kennedy otra persona lo habría hecho.

Mientras todos estaríamos de acuerdo en que el primer condicional es verdadero, muchos - quizá la mayoría- no estaríamos de acuerdo con el segundo.

Esta distinción es muy importante, porque según ella lo que determina que un condicional sea contrafáctico es el modo del verbo: indicativo en los condicionales corrientes, subjuntivo en los contrafácticos. Sin embargo, con frecuencia los contrafácticos en subjuntivo se pueden trasladar a condicionales en indicativo sin cambiar el

valor veritativo de la conectiva. Por ejemplo en el siguiente caso, que se asemeja a infinitos condicionales habituales en el lenguaje de las ciencias y del conocimiento ordinario:

C.3 Si hubiera dejado caer el vaso de vidrio sobre el piso de cemento el vaso se habría roto.

Podemos ver que la aceptabilidad y el valor veritativo coinciden con el condicional en indicativo.

C.4 Si dejo caer el vaso de vidrio sobre el piso de cemento el vaso se rompe,

y que equivale a una paráfrasis de la proposición "el vaso de vidrio es frágil". En otras palabras, el vidrio es *rompible* (término disposicional).

Algo ciertamente está claro: cualquiera que sea la explicación que se ofrezca de la diferencia entre C.1 y C.2, la teoría que se emplee para ello debe dar cuenta del hecho de que C.1 es aceptado como verdadero mientras C.2 no. El ejemplo es también muy ilustrativo porque vemos que hay dos maneras de negar que Oswald asesinó a Kennedy: diciendo simplemente que no lo asesinó, como en C.1, y suponiendo que no lo hubiera asesinado, aunque no nos quede claro qué quiere decir esto último.

La diferencia entre C.1 y C.2 quizá pueda explicarse usando otras categorías lógicas sin necesidad de invocar mundos posibles ni contrapartes. Intentemos usar la noción lógica de *entimema*, es decir, la idea de un argumento válido con premisas ocultas en las que todos estamos de acuerdo y por eso no se explicitan. C.1 podría verse como la versión en un enunciado condicional de un entimema cuyas premisas implícitas colocamos entre paréntesis:

- 1) (Kennedy fue asesinado)
- 2) (Alguien asesinó a Kennedy)

∴ si Oswald no asesinó a Kennedy otra persona lo hizo.

Para la prueba formal no hace falta la premisa (1). La única premisa necesaria sería $(\exists x)Axk$ y una primera conclusión válidamente obtenida por las tautologías habituales sería $\neg Aok \rightarrow (\exists y)Ayk$, a la que añadiríamos que $(y) \rightarrow (y=o)$. Otra manera de ver la validez de C.1 es semántica: no pueden ser verdaderas 1) y 2) sin que lo sea la conclusión.

Las premisas ocultas en C.2 son muy diferentes. Si tomamos el condicional "si Oswald no hubiera asesinado a Kennedy otra persona lo habría hecho" como conclusión del argumento, entonces las premisas implícitas serían no solo que Kennedy fue asesinado y que alguien lo asesinó sino además, y sobre todo, que Kennedy *iba a ser* asesinado tarde o temprano por cualquier individuo dentro de un conjunto de potenciales asesinos. Aquí la premisa 2) del argumento anterior, esencial para la prueba en C.1, ni siquiera sería necesaria: el dato importante no es que Kennedy fuera asesinado, sino que su asesinato fuese *inevitable*. Puesto que nada nos obliga a aceptar esta premisa, nada nos obliga tampoco a aceptar lo que se deriva de ella. Pero el argumento, obviamente, se puede reconstruir de modo que sea formalmente válido: si el asesinato de Kennedy era inevitable, y Oswald no lo asesinó, entonces era inevitable que otra persona lo asesinara. Si alguien acepta las premisas, tiene que aceptar la conclusión. Mientras las premisas implícitas en C.1 son de fácil aceptación, las de C.2 en cambio son inaceptables para la mayoría.

Un problema epistemológico es que muchos condicionales contrafácticos parecen ser enunciados sintéticos y contingentes sobre posibilidades no realizadas. Pero debería ser posible confirmar empíricamente los enunciados contingentes. Ahora bien: la única confirmación posible se encuentra en el mundo actual, no en los mundos posibles. ¿En qué sentido puede ser relevante la información recogida en el mundo actual para la confirmación de enunciados sobre posibilidades no realizadas? ¿Cómo podemos extrapolar el conocimiento de posibilidades realizadas a las no realizadas?

Al buscar una solución dos caminos se abren luego ante nosotros: aplicar el test de Ramsey o utilizar la técnica de los mundos posibles. Esto haremos en detalle a continuación.

Empecemos con la noción de *condicional contrafáctico*. Independientemente de cómo los entiendan otros autores, aquí los tomaremos como una variedad de proposiciones compuestas mediante la conectiva si...entonces que se caracterizan por tener antecedentes expresados en forma subjuntiva en los que se sugiere, implica o presupone que los hechos mencionados no tienen o no

han tenido lugar. Obviamente hay condicionales que no son contrafácticos y, además, hay contrafácticos no condicionales (v.g. “Sócrates podría haber sido carpintero”). Pero para simplificar las cosas nos centraremos en condicionales que son contrafácticos.

Es frecuente escuchar que lo típico de los contrafácticos es que tienen antecedentes falsos y que, sin embargo, a veces el condicional como enunciado compuesto es verdadero y otras veces es falso. Es difícil ver en qué sentido las proposiciones en subjuntivo son falsas o verdaderas, pero en algunos casos las podemos hacer corresponder a proposiciones en indicativo que sí serían verdaderas o falsas, y así podríamos entender la afirmación anterior sobre antecedentes y consecuentes falsos. En esto difieren notablemente del condicional común y corriente de la lógica estándar, mal llamado habitualmente “implicación material” (no es implicación porque no establece relación entre las proposiciones ni es material porque no tiene en cuenta el significado de los términos) y representado generalmente con los símbolos \supset , \rightarrow o la letra C en la notación llamada polaca. En el condicional corriente siempre que el antecedente es falso el condicional como un todo es verdadero, cualquiera que sea el valor veritativo del consecuente. En el contrafáctico no podemos determinar el valor veritativo del enunciado a partir de la falsedad del antecedente. Sobra decir que el condicional corriente es puramente extensional y que, por tanto, su tabla de verdad no depende de los ejemplos concretos, mientras el contrafáctico no es extensional y, por tanto, varía según el contenido o significado de los ejemplos concretos. De ahí la dependencia contextual de cada contrafáctico y la vaguedad de muchos de ellos. Por otra parte, si consideramos que la conectiva mal llamada “implicación material” es más bien un *condicional formal*, entonces los contrafácticos tal como los conocemos por medio de ejemplos serían claramente *implicaciones materiales*: hay relación entre proposiciones (implicación) que depende del contenido (material) de éstas, y la verdad o falsedad del enunciado condicional como un todo depende de la relación entre el contenido (o significado) de las dos proposiciones, antecedente y consecuente. No se puede determinar

el valor veritativo del condicional contrafáctico atendiendo simplemente al valor veritativo de las proposiciones que forman el antecedente y el consecuente.

En general, mientras no utilicemos ejemplos concretos basta el condicional común y corriente, según el cual lo único que se excluye es que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso. Es cuando intentamos capturar la lógica de ciertos enunciados determinados cuando caemos en las llamadas paradojas del condicional y en los contrafácticos. Decir que en los ejemplos del condicional corriente funciona la transitividad $(p \rightarrow q), (q \rightarrow r) : \therefore (p \rightarrow r)$ y el refuerzo del antecedente $(p \rightarrow q) : \therefore (p \wedge r) \rightarrow q$, mientras en los ejemplos de contrafácticos no funciona - manera de hablar que encuentra uno en manuales de lógica - equivale a olvidar que el condicional corriente no se formula con ejemplos en mente, mientras que en cambio el problema de los contrafácticos solo surge cuando tenemos ejemplos presentes.³¹

La característica de la dependencia contextual, tan llamativa en el contrafáctico, se puede ver en el siguiente ejemplo que parcialmente hemos visto antes:

- (a) Si se hubiera hecho el recuento manual de votos para presidente en algunos condados de Florida, Al Gore habría ganado las elecciones.
- (b) Si se hubiera hecho el recuento manual de votos para presidente en algunos condados de Florida, Al Gore no habría ganado las elecciones.

Con el mismo antecedente relacionado con un hecho que no tuvo lugar tenemos dos consecuentes opuestos. Lo curioso es que para algunas personas (generalmente demócratas) el condicional contrafáctico (a) es verdadero y, por tanto el (b) falso, mientras para otras (generalmente republicanos) sería exactamente al revés.

Cabe por supuesto una tercera posición: muchos dirían que no podremos determinar nunca qué habría ocurrido y que, por tanto, no sabemos cuál de los dos condicionales contrafácticos, (a) o (b) es verdadero ni tenemos motivo para aceptar uno y rechazar otro.

Al llegar a este punto encontramos la noción de *aceptabilidad*. Más que el valor veritativo del condicional contrafáctico en abstracto, lo que

interesa es si lo aceptamos o no como verdadero según sea nuestro conocimiento de los hechos, o las opiniones que tengamos acerca de ellos. Sin embargo, aquí conviene distinguir claramente entre dos tipos de contrafácticos:

- (1) Existen aquellos, como los dos ejemplos tomados de los Evangelios, cuyos antecedentes son falsos y nunca serán verdaderos.
- (2) Existen otros muchos cuyos antecedentes son falsos simplemente porque no ha tenido lugar lo que se dice en ellos, pero nada impide que se puedan llevar a cabo. Todo el tiempo los usamos, como cuando decimos

c) Si dejara caer un vaso de vidrio sobre un suelo de cemento el vaso se rompería.

No tendría mucho sentido insistir en dejar caer todos los vasos de vidrio para ver si se rompen al caer sobre el suelo de cemento, pero en principio es posible hacerlo. Los contrafácticos que se formulan en el contexto de la ciencia son con frecuencia de este tipo.

La diferencia entre (1) y (2) se puede ver en el grado de aceptabilidad. Mientras los demócratas en general dirían que el ejemplo (a) de arriba es verdadero y (b) falso, y la mayoría de los republicanos opinarían al revés, en cambio unos y otros aceptarían (c) sin problema. Cuando la aceptación es universal, ni siquiera pensaríamos en aceptabilidad subjetiva de los condicionales sino más bien en la verdad o falsedad de éstos, sin referencia a individuos que los acepten o no. Esto no quiere decir, sin embargo, que la verdad o falsedad de las proposiciones se reduzca a la aceptabilidad o que la verdad se defina como aceptación generalizada. Puesto que la noción de verdad es recursiva, podemos preguntarnos si la proposición "es verdadero aquello que es universalmente aceptado" es a su vez verdadera o falsa, y la respuesta es que es falsa, puesto que no es contradictorio decir que todo el mundo puede estar equivocado. Lo que queremos decir al afirmar que cuando la aceptación es universal ni siquiera se habla de aceptabilidad, sino más bien de verdad o falsedad de las proposiciones, apunta en dirección contraria: puesto que algunas verdades son evidentes, son universalmente aceptadas.

Dos son las estrategias para analizar los contrafácticos. La primera es epistémica; la segunda es lógica. Aunque difieren en que la segunda utiliza la noción de mundos posibles mientras la primera no lo hace y se basa más bien en la revisión de creencias, conciden sin embargo en uno de los requisitos para el manejo adecuado de los contrafácticos.

La estrategia epistémica es el llamado test de Ramsey, en honor del famoso discípulo de Bertrand Russell de nombre Frank Plumpton Ramsey, muerto cuando apenas tenía veintisiete años (1903-1930). William L. Harper da la siguiente formulación del test (la traducción es nuestra):

Primero, hipotéticamente haga la mínima revisión del conjunto de sus creencias que se requiera para aceptar el antecedente. Evalúe luego la aceptabilidad del consecuente sobre la base de este conjunto revisado de creencias.³² La estrategia lógica fue desarrollada por dos autores, Robert Stalnaker³³ y David K. Lewis³⁴. Consiste en usar mundos posibles *cercanos*, de modo que de p se sigue contrafácticamente q en el mundo posible w si y solo si q es verdadero en mundos posibles en que p sea verdadero y que sean los más cercanos a w .

Con base en los trabajos de Stalnaker y Lewis, Daniel Bonevac en su libro *Deduction*³⁵ crea una conectiva modal nueva para los contrafácticos en los que se usa o se puede usar en inglés *if...would* y otra para los contrafácticos en los que se usa o se puede usar *if...might*. La primera sugiere necesidad mientras la segunda evoca posibilidad. Como la correspondencia verbal con el español no aclara las cosas, digamos que algunos contrafácticos sugieren necesidad y otros sugieren posibilidad, y que entonces la conectiva modal correspondiente debe ser diferente. En una y otra se utiliza la idea de mundos posibles cercanos, bien sea el único más cercano o alguno de los más cercanos. De esta manera los siguientes ejemplos:

- d) Si Sócrates hubiera nacido en el siglo XX habría sido un gran científico (O también: Si Sócrates naciera en el siglo XXI sería un gran científico)
- e) Si Sócrates hubiera nacido en el siglo XX podría haber sido un gran científico (O: Si

Sócrates naciera en el siglo XXI podría ser un gran científico)

Se analizan de la siguiente manera:

- La proposición d) es verdadera en el mundo posible actual w si el consecuente es verdadero en el mundo posible más cercano a w en el que el antecedente es verdadero.
- La proposición e) es verdadera en el mundo posible actual w si el consecuente es verdadero en por lo menos uno de los mundos posibles más cercano a w en los que el antecedente es verdadero.

No entraremos a discutir los detalles de la aplicación de esta técnica para la determinación de los valores veritativos de los contrafácticos. Bástenos con señalar que la noción de *cercanía* aplicada a los mundos posibles se parece mucho a la recomendación de Ramsey de hacer la *mínima* revisión de las creencias. Quizá los proponentes de la técnica de mundos posibles *cercanos* se inspiraron en la idea de Ramsey de modificar nuestras creencias lo *mínimo* que se requiera. Al fin y al cabo las únicas modificaciones requeridas son las necesarias para considerar verdadero el antecedente. Una vez acomodado el antecedente dentro del conjunto de nuestras creencias sobre la realidad, procedemos a examinar el consecuente para ver si lo aceptamos. En los últimos ejemplos analizados es fácil aceptar e) pero no lo es aceptar d). Al fin y al cabo si Sócrates naciera ahora (suponiendo que esta afirmación tenga algún sentido) tal vez se incline más por los negocios que por la filosofía o la ciencia.

9. Actualismo, posibilismo, realismo y esencialismo en lógica modal

La discusión sobre la noción de mundos posibles ha replanteado muchas de las oposiciones tradicionales de la filosofía: realismo vs. nominalismo, empirismo vs. racionalismo, intensidad vs. extensión, internalismo vs. externalismo, implicación estricta vs. implicación material, contrafácticos vs. descripciones, etc. Si decimos que existen los mundos posibles en algún sentido de "existir", como lo hace David K. Lewis, nos encontramos ante un realismo exagerado que bordea el idealismo objetivo, con el agravante

de que no tenemos ningún acceso a esos mundos más allá del nuestro. Por otra parte, la idea de que solo existe este mundo con sus posibilidades nos remite a otra forma de realismo, más moderado y más apegado a lo que nos rodea. Si identificamos mundos posibles con ideas divinas, al estilo de Leibniz, entonces nos encontramos ante una transformación religiosa del idealismo de Platón. A propósito, definir como verdadera una proposición que pertenece a la descripción de un mundo posible, como hace Stalnaker, parece una trivialización de la verdad. Quien esto escribe piensa que las nociones de verdad y posibilidad son primitivas. Si definimos la verdad en términos de mundos posibles, es la posibilidad lo básico. La verdad se establece por relación con los hechos, y a partir de lo que sabemos acerca de éstos concebimos la posibilidad. Si la posibilidad fuera lo básico, ¿cómo la determinaríamos?

Por otra parte, tanto la lógica modal a partir de 1918 con C.I. Lewis como la noción de mundos posibles han heredado diferentes temas, problemas y posiciones desarrollados en la historia de la filosofía pero que pertenecen a concepciones filosóficas e incluso teológicas diferentes e incluso opuestas entre sí.

La pluralidad de opiniones sobre mundos posibles se simplifica si se consigue establecer una relación con diferentes posiciones en epistemología, filosofía de la ciencia y ontología. Eso intentaremos a continuación.

Si los mundos posibles se conciben como una pluralidad de entidades con existencia independiente, cualquier variación a una proposición en indicativo mediante la transformación de sus verbos al modo subjuntivo da lugar al paso hacia mundos posibles diferentes. Todos son igualmente reales, aunque *nos parezca* que no todos son igualmente actuales. Paradójicamente el realismo exagerado de Lewis equivale a un relativismo ontológico peculiar: este mundo en que vivimos es apenas uno de muchos mundos que existen simultáneamente, a los que no tenemos acceso directo aunque podamos imaginar algunos. Es posible hacer cualquier afirmación no contradictoria porque existe algún mundo en que es verdadera.

Si entendemos "mundos posibles" como concepciones alternativas del mundo, y consideramos

igualmente válida (coherente, verdadera) cada una de ellas, entonces tenemos algo así como un relativismo conceptual en la que todo es posible. Las cosas podrían ser de cualquier manera, y no habría necesidad en las leyes naturales. No tendríamos que preocuparnos por condiciones de verdad o de aceptabilidad de los condicionales, pero no tendríamos cómo discriminar entre afirmaciones en conflicto sobre el mundo que nos rodea. Sin tocar todavía el tema de la necesidad de las leyes naturales, de hecho en nuestra vida diaria procedemos constantemente según enunciados de posibilidad, imposibilidad, necesidad y contingencia. "No puedes comer el pastel y tenerlo a la vez", "no se puede hacer chocolate sin cacao", "nadie da lo que no tiene", y otros muchos refranes expresan el conocimiento de la necesidad e imposibilidad en la realidad. Sin combustible el vehículo no se mueve. Sin alimento no vivimos. Y así en otros muchos retazos de conocimiento.

En el extremo opuesto al relativismo total tenemos la necesidad absoluta. Si todo cuanto ocurre tiene lugar necesariamente como enseña Spinoza, y existe conocimiento necesario de leyes necesarias (aunque sea en un solo conocedor perfecto), entonces no parece haber lugar para la noción de mundos posibles. Tampoco aquí habría lugar, por supuesto, para ningún relativismo: solo hay un conocimiento de un único mundo en el que los hechos tienen lugar necesariamente, de modo que no tenemos fundamento para pensar lo que podría ocurrir si algunas condiciones cambiasen.

Podría ser el caso, sin embargo, de que existiese una única realidad necesaria pero que no la conozcamos todavía, o no la podamos conocer en principio, y entonces podría darse un relativismo epistémico sin relativismo ontológico. La idea de Popper de que nunca estamos seguros de conocer la verdad, aunque ciertamente ésta existe, encajaría en esta concepción.³⁶

Supongamos que tiene sentido hacer la pregunta "¿qué cosas existen?" La pregunta presupone que hay una realidad externa al lenguaje, independiente de los seres humanos y cognoscible, aunque imperfectamente, por éstos. Puede ser que el lector no esté de acuerdo con esta suposición, quizá como consecuencia de leer a autores como

Rorty o Latour. Es una postura que ha estado muy de moda en los días álgidos del posmodernismo y que suele ir acompañada de la afirmación de que toda realidad es simplemente una construcción social, de modo que lo que llamamos realidad no es sino la proyección de nuestra condición histórica. Aquí no compartimos esta última posición y consideramos, por tanto, que la pregunta inicial tiene sentido.

Una manera sencilla de contestar sería: "Existe todo lo que hay en el mundo que nos rodea". Posiblemente todos estarían de acuerdo, pero la discrepancia empezaría al mencionar entidades abstractas, es decir, aquellas que no se pueden localizar en un lugar y tiempo. Los números suelen ser lo primero que mencionan los autores al ingresar en el terreno de lo abstracto y la cuestión es si existen. Puesto que las propiedades de los números se descubren, no se inventan, parece que deben existir fuera de las mentes humanas. Pero, por otra parte, si existen fuera de las mentes tendría que existir una serie infinita de números. "Fulano descubre el último número" no es un titular que pueda aparecer en la primera página de los periódicos. ¿Qué sentido le podemos asignar a la proposición "existe independientemente de nuestras mentes una serie infinita de números"? Obviamente tal proposición es muy diferente a esta otra: "existe independientemente de nuestras mentes una serie infinita de cosas numerables".

No hace falta mencionar los números para plantear el problema, porque hay cosas mucho más cerca de nuestros sentidos respecto de las cuales se puede plantear la misma pregunta. Todos estarían de acuerdo en contestar afirmativamente a la pregunta de si existe alguna pintura o escultura determinada, como por ejemplo La Mona Lisa o la Venus de Milo. Quizá puedan incluso nombrar el museo donde se encuentra. No ocurre lo mismo con la música ni con el teatro, la danza o la literatura, que son más abstractos. ¿Existe la Novena Sinfonía de Beethoven? No podríamos negarlo, y sin embargo a la siguiente pregunta, ¿dónde se encuentra? no tenemos respuesta a no ser que "en todas partes y en ninguna" fuera una respuesta. Podrían desaparecer las partituras de la Novena, o las grabaciones, reproducciones y ejecuciones, sin que por eso desaparezca. Bastaría con que

algún músico la recordara y pudiera reconstruirla a partir de sus recuerdos para que vuelva a la existencia. En todo momento su existencia en cualquier lugar es *posible*, pero no porque haya un mundo posible diferente al nuestro en el que constantemente se esté ejecutando la Novena Sinfonía. Y si ese extraño mundo posible existiera, de nada serviría para explicar la proposición “en nuestro mundo existe la Novena Sinfonía de Ludwig van Beethoven”.

Esto es lo que ocurre con las posibilidades en general. Si las imaginamos como entidades actuales, entonces dejan de ser posibilidades, es decir, maneras alternativas de cómo podrían ser las cosas. No están separadas de las cosas ni son simplemente ideas en nuestras mentes, pero existen de alguna forma conectadas con lo actual.

El mundo, la realidad o el universo no es lo mismo que la manera de ser de las cosas en un instante determinado. “Así están las cosas en este mundo, pero podrían ser de otra manera” no es una proposición contradictoria. “Así están las cosas en este mundo, y esto es todo lo que hay” no es una proposición verdadera.

Conclusiones

De lo anterior se desprenden las siguientes conclusiones:

- 1) La paradoja (en el sentido amplio del término) de los mundos posibles se produce cuando suponemos que los mundos posibles existen como el nuestro simultáneamente con el nuestro. Su aceptación nos plantea un dilema: ¿la usamos y resolvemos problemas pagando el precio de comprometernos con la existencia de entes extraños, o nos negamos a pagar el precio y nos quedamos sin una solución elegante?
- 2) La noción de mundos posibles no es primitiva ni imprescindible, ni históricamente anterior a otras nociones modales. Las modalidades del lenguaje ordinario, en cambio, son primitivas e imprescindibles.
- 3) La reducción de las modalidades a nociones estadísticas no es satisfactoria ni es verdad que esa fuera la interpretación aristotélica y escolástica.

- 4) La pluralidad de cálculos modales corresponde a veces a intuiciones diferentes sobre validez de argumentos con operadores modales, pero con frecuencia no corresponden a ninguna intuición sobre dicha validez. En tales casos se alejan del propósito original que motivó la formulación de la lógica modal.
- 5) Definir la posibilidad en nuestro mundo en términos de mundos *posibles* es circular. Definir como posibles los mundos que no envuelvan contradicción, y luego proceder a definir como imposible una proposición que no puede ser verdadera en ningún mundo posible resulta a la larga circular.
- 6) El realismo en la noción de mundos posibles conduce a la contradicción de atribuir a otros individuos o contrapartes lo que queremos atribuir hipotética y subjuntivamente a individuos de nuestro mundo. Por este camino los predicados hipotéticos son y no son del individuo de nuestro mundo.
- 7) La identidad transmudana no resuelve el propósito original de atribuir a un individuo diferentes posibilidades, a no ser que se entiendan los mundos posibles metafóricamente. Si los mundos posibles se toman literalmente, entonces los individuos en uno pueden parecerse a los de otro, pero no ser idénticos propiamente hablando.
- 8) La semántica de los cálculos modales habituales, en términos de mundos posibles, es muy ingeniosa pero una interpretación realista de ésta plantea problemas y paradojas a nuestro juicio insolubles.
- 9) Los contrafácticos expresan aspectos irreductibles de la realidad que nos rodea y son imprescindibles tanto en el lenguaje ordinario como en el de la ciencia. Hay, sin embargo, una gran confusión en cuanto a lo que se entiende por proposición contrafáctica y por condicional contrafáctico. Los intentos por establecer las condiciones de verdad de los contrafácticos, incluso mediante conectivas creadas con ese propósito, están muy atados a ejemplos concretos y sufren de la confusión original en cuanto a la definición.
- 10) Además de la necesidad lógica opera en nuestro mundo la necesidad *física*. Sin ella es imposible entender cómo pueden ser verdaderas o falsas

infinitas proposiciones del lenguaje ordinario y de la ciencia que expresan propiedades disposicionales y condicionales sobre lo que ocurriría en condiciones que de hecho no se dan.

Notas

1. Rudolf Carnap *Meaning and Necessity* (Chicago: University of Chicago Press, 1947)
2. Nelson Goodman "The Problem of Counterfactual Conditionals", en Frank Jackson, compilador *Conditionals* (Oxford University Press, 1991), p.9. Curiosamente, no se ha dicho nada semejante en relación con los contrafácticos en el lenguaje ordinario, a pesar de que aquí también éstos juegan un papel importante. Todos usamos condicionales contrafácticos como "si hubiera nacido en una familia de millonarios no tendría que trabajar" y los entendemos sin mayor problema aun cuando no tenemos ninguna teoría para explicarlos.
3. Análisis la marea del relativismo e irracionalismo y las respuestas más recientes en el artículo "Las voces de la resistencia: reacciones contra el relativismo en epistemología y filosofía de la ciencia", en la *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica*, n.100, 2002, pp.29-36.
4. David Stove *El culto a Platón y otras locuras filosóficas* (Madrid: Cátedra, 1993), p.93.
5. Saul A. Kripke *Naming and Necessity* (Cambridge, Mass.: Princeton University Press, 1972), p.15.
6. Ambos textos están tomados de la versión Nacar-Colunga (Madrid: BAC, 1959), pp.171 y 1125.
7. Susan Haack *Filosofía de las lógicas* (Madrid: Ediciones Cátedra), 1978, p. 216.
8. Publicado en Holanda por Reidel.
9. Paul Bernays y Moses Schönfinkel "Zum Entscheidungsproblem der mathematischen Logik" en *Mathematische Annalen*, vol. 99 (1928). Aparece también la prueba en Wilhelm Ackermann, *Solvable Cases of the Decision Problem* (Amsterdam, 1954), capítulo IV.
10. Madrid: Tecnos, 1973, pp.33-36.
11. El lector puede consultar la obra de Ruth Barcan Marcus titulada *Modalities* (Nueva York y Oxford: Oxford University Press, 1993), sobre todo el capítulo titulado "Nominalism and the Substitutional Quantifier", que apareció primero como artículo en the *Monist*, LXI 3 (1978), pp.351-362.
12. Jaakko Hintikka *Time and Necessity*, *Studies in Aristotle's Theory of Modality* (Oxford: Clarendon Press, 1973); Simo Knuutila *Reforging the Great Chain of Being* (Dordrecht: D.Reidel, 1980)
13. Klaus Jacobi "Möglichkeit" en H. Krings, H.M.Baumgartner y Chr.Wild *Handbuch philosophischer Grundbegriffe* (Munich, 1973), pp.930-947.
14. Expresamente lo dice Tomás de Aquino en *Comentarios a De la Interpretación de Aristóteles (In Peri Hermeneias)*, libro I, cap. XIV, n.13.
15. Susan Haack *Lógica Divergente* (Madrid: Paraninfo, 1980), p.17
16. También podrían verse problemas en la diferencia entre aplicar un operador modal a un cuantificador o a un predicado. Las fórmulas Barcan-Marcus tratan de resolver la dificultad con los condicionales $(x)LFx \supset L(x)Fx$ y $L(x)Fx \supset (x)LFx$.
17. Saul A.Kripke "Semantical Considerations on Modal Logic" en *Acta Philosophica Fennica* 16 (1963) 83-94, incluido en la obra compilada por Leonard Linsky *Reference and Modality* (Oxford: Clarendon Press; Nueva York: Oxford University Press, 1971). Jaakko Hintikka "The Modes of Modality", en Michael J.Loux (compilador) *The Possible and the Actual* (Ithaca y Londres: Cornell University Press).
18. Madrid: Tecnos, 1973, p.73
19. Sobre los frecuentes intentos de patentar máquinas que requieren menos energía de la que se supone necesaria véase la obra de Robert Park *Voodoo Science* (Nueva York: Oxford University Press, 2000).
20. Robert C.Stalnaker *Inquiry* (London-Cambridge: The MIT Press, 1987), p.2.
21. David Lewis *Counterfactuals* (Harvard University Press, 1973); "Counterparts, Persons and their Bodies" en *Journal of Philosophy* 68 (1971), pp.203-211; "Possible Worlds Semantics for Counterfactual Logics: A Rejoinder", en *Journal of Philosophical Logic* 7 (1978), pp.359-363.
22. Robert Stalnaker "Possible Worlds" en *Nous* 10 (1976) 65-75; incluido en Michael J.Loux (comp.) *The Possible and the Actual* (Ithaca y London: Cornell University Press, 1993), p.225-234.
23. Traducido como réplica por Jaime Nubiola en *El compromiso esencialista de la lógica modal* (Pamplona: Ediciones Universidad de Navarra, 1984), p.169. Réplica y contraparte no son lo mismo. La Reina de Inglaterra es la contraparte del Presidente de Alemania, pero no es la réplica de nadie. El Canciller de Alemania tiene como contraparte en Inglaterra al Primer Ministro, pero no son réplica uno del otro.

24. Alguien podría añadir, medio en broma, que otra característica de los nombres propios es que fácilmente los olvidamos aun cuando no olvidamos a los individuos de los cuales son nombres.
25. Saul A. Kripke, obra mencionada, página 19.
26. Susan Haack, obra citada, p.216 y siguientes.
27. Obra citada, p.217 y siguientes.
28. A.Plantinga *The Nature of Necessity* (Oxford University Press,1974).Citado por Susan Haack en *Filosofía de las lógicas*, p.218.
29. Véase Robert C.Stalnaker *Inquiry* (Londres,Inglaterra-Cambridge,Mass.: The MIT Press,19870, P.48.
30. Ver Jonathan Bennett "Farewell to the Phlogiston Theory of Conditionals", en *Mind*, vol. XCVII # 388 , Oct.1988, pp.509-527.
31. Así lo hace por ejemplo Daniel Bonevac en *Deduction* (Palo Alto,California: Mayfield Publishing Co.,1987),p.273 y siguientes. Este comentario, sin embargo, no debe restar méritos a uno de los mejores manuales de lógica que se pueden conseguir.
32. William L. Harper, Robert Stalnaker y G.Pearce *Ifs* (Dordrecht : Reidel, 1981) , p. 5
33. Robert Stalnaker "A Theory of Conditionals" en *Ifs*, pp.41-56.
34. David Lewis *Counterfactuals* (Harvard University Press, 1973)
35. *Deduction*, p.280 y siguientes.
36. Entre otros muchos lugares puede verse *Búsqueda sin Término* (Madrid:Tecnos,1977),p.140.

Bibliografía

Barcan Marcus, Ruth *Modalities.Philosophical Essays* (Nueva York-Oxford: Oxford University Press, 1993)

Barwise,Jon-Perry,John *Situations and Attitudes* (Cambridge,Mass.-Londres: The MIT Press,1983)

Bealer, George "Universals" en *The Journal of Philosophy* (vol. XC, # 1, Jan. 1993) pp. 5-32.

Beck,Henry *El ser como acto* (Pamplona: Ediciones Universidad de Navarra,1968)

Bennett ,Jonathan "Farewell to the Phlogiston Theory of Conditionals", en *Mind*, vol. XCVII # 388, oct. 1988, pp.509 -527.

Blum,Alex "Analyticity and Truth in All Possible Worlds", en *Nous*, vol.17, #2, 1983, pp. 281-289.

Bonevac, Daniel *Deduction,Introductory Symbolic Logic* (Palo Alto, California: Mayfield Publishing Company,1987)

Camacho,Luis "Las objeciones de W.V.O.Quine a la lógica modal vistas por Ruth Barcan Marcus en *Modalities* (1993), *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica*, 78-79 (1994), 155-158.

Duns Scoti,Ioannis *Opera Omnia* (Civitas Vaticana:Typis Polyglottis Vaticanis,MCML) *Obras del Doctor Sutil Juan Duns Escoto* (Madrid:BAC, 1968)

Etchemendy, John "Models,Semantics and Logical Truth" en *Linguistics and Philosophy* 11 (1988), pp. 91-106.

Everett, Hugh " 'Relative State' "Formulation of Quantum Mechanics", in B.S. De Witt and N.Graham, *The Many - Worlds Interpretation of Quantum Mechanics* (Princeton,N.J.: Princeton University Press, 1973)

Field, Hartry *Realism,Mathematics and Modality* (Oxford:Basil Blackwell, 1989)

Forbes,Graeme "The Plurality of Worlds" en *The Philosophical Quarterly*, vol. 38, # 151, pp. 222-240.
The Metaphysics of Modality (Oxford: Clarendon Press, 1985),

Gardies, Jean-Louis *Essai sur la logique des modalités* (París:Presses Universitaires de France,1979)

González Pazos,Lucila "El tratamiento de las cuestiones de existencia en la lógica actual", en *Revista de Filosofía* (Instituto de Filosofía Luis Vives), 2a.serie,VI (1983), pp.275-291.

Hacking, Ian "What Is Strict Implication?", en *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 28. # 1, March 1963, pp. 51-71.

Haack, Susan *Filosofía de las lógicas* (Cambridge University Press: 1978;Madrid: Ediciones Cátedra,1982)

Harper, W.L.-Stalnaker, Robert-Pearce, G. *Ifs* (Dordrecht, Holanda: D.Reidel, 1981)

Harre, R.-Madden, E.H. *Causal Powers; A Theory of Natural Necessity* (Totowa, N.J.:Rowman and Littlefield, 1975)

Hintikka, Jaakko "Individuals,possible worlds and epistemic logic " en *Nous* 1967,vol. I, pp.32-62.
Models for modalities ,Selected essays (Dordrecht:D.Reidel Publishing Co., 1969)

Hawthorn, Geoffrey *Plausible Worlds. Possibility and Understanding in History and the Social Sciences* (Cambridge University Press, 1991)

Hughes, G.E.-Cresswell,M.J. *An Introduction to Modal Logic* (Londres:Methuen,1968;Madrid: Tecnos, 1973)

Jackson, Frank *Conditionals* (New York:Oxford University Press, 1991)

- Leibniz, G. *Correspondencia con Arnauld* (Buenos Aires: Losada, 1946)
Discurso de Metafísica (Buenos Aires: Aguilar, 1955)
Monadología (Buenos Aires: Aguilar, 1975)
Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano (Madrid: Editora Nacional, 1977)
Philosophical Writings (Nueva York: Scribners, 1967)
- Lewis, David K. "Counterpart Theory and Quantified Modal Logic", originalmente publicado en el *Journal of Philosophy* 65 (1968) e incluido en el volumen conjunto *The Possible and the Actual*, editado por Michael J. Loux (Ithaca and London: Cornell University Press, 1979), pp. 111-127.
Counterfactuals (Harvard University Press, 1973)
 "Counterpart Theory, Quantified Modal Logic and Extra Argument Places", en *Analysis* 53.2 Abril 1993, pp. 69-71.
- Loux, Michael J. (ed.) *The Possible and the Actual* (Ithaca and London: Cornell University Press, 1979)
- Nubiola, Jaime *El compromiso esencialista de la lógica modal, estudio de Quine y Kripke* (Pamplona: EUNSA, 1984).
- Palau, Gladys "Condicionales Contrafácticos: condiciones de verdad y semántica de mundos posibles", en *Crítica, Revista Hispanoamericana de Filosofía* XII, # 34 (1980), pp. 5-40
- Perry, John "From Worlds to Situations", en *Journal of Philosophical Logic*, 15 (1986) 83-107
 "Possible Worlds and Situations" en *Journal of Philosophical Logic* 15 (1986) 109-123.
- Pietroski, Paul M. "Possible Worlds, Syntax and Opacity", en *Analysis* 53.4, Oct. 1993, pp. 270-80.
- Pollock, John L. "A Refined Theory of Counterfactuals" en *Journal of Philosophical Logic* 110 (1981), 239-266.
- Quine, W. van O. *Word and Object* (The M.I.T. Press, 1960)
- "Three Degrees of Modal Involvement" en *The Ways of Paradox* (New York: Random House, 1966).
- "Two Dogmas in Retrospect", en *Canadian Journal of Philosophy*, vol. 21, no. 3, setiembre 1991, pp. 265-274.
- Reinhardt, William N. "Necessity Predicates and Operators", en *Journal of Philosophical Logic* 9 (1980) 43-450.
- Ryan, John K. Scotus - Bonansea, Bernardine M. (eds.) *John Duns Scotus (1265-1965)*, *Studies in Philosophy and the History of Philosophy*, vol. 3 (Washington, D.C.: The Catholic University of America Press, 1965).
- Russell, Bertrand *Exposición crítica de la filosofía de Leibniz* (Buenos Aires: Siglo XX, 1977)
- Stalnaker, Robert
 "A Theory of Conditionals", publicado inicialmente en *Studies in Logical Theory*, en *American Philosophical Quarterly*, Monograph 2 (Blackwell, 1968), pp. 98-112. Aparece en E. Sosa *Causation and Conditionals* (Oxford University Press, 1975) y en el volumen compilado por Frank Jackson *Conditionals* (New York: Oxford University Press, 1991), pp. 28-45.
 "Possible Worlds and Situations" en *Journal of Philosophical Logic* 15 (1986) 109-123.
Inquiry (Londres, Inglaterra-Cambridge, Mass.: The MIT Press, 1987)
 "On the Plurality of Worlds" en *Mind*, vol. XCVII, # 385, Jan. 1988, pp. 117-128.
 "Possible Worlds", en *Nous* 10 (1976) pp. 65-75.
- Thomason, S.K. "Possible Worlds and Many Truth Values" en *Studia Logica*, vol. XXXVII (1978) # 2, pp. 193, 203.
- Tomás de Aquino *De propositionibus modalibus*, en la obra *Opúsculos filosóficos* (México: Secretaría de Educación Pública, 1986)
- Turner, Raymond "Counterfactuals without Possible Worlds", en *Journal of Philosophical Logic* vol. 10, #4 (1981) pp. 453-494.