CAPITULO II

Trabajos científicos de Arquitas

En el proceso histórico del pitagorismo nunca faltó la dualidad ciencia-religión. Ambos elementos se matizaban y entretejían con resultados positivos y eficaces para el movimiento mismo. Sin embargo, no se presenta una equivalencia en el desarrollo de ambos elementos. En la mayoría de las ocasiones se enfatizaba en la religión, aunque nunca se dejó de trabajar en ciencia. En la época de Arquitas, el pitagorismo perdió su fuerza religiosa, no porque no se tratara de revivir, sino porque Pitágoras ya no podía influir tanto a casi un siglo de su muerte. De ahí que podamos considerar que personajes pitagóricos, como Arquitas y Filolao, no son tanto líderes religiosos como filósofos y científicos, y a pesar de ser personalidades de una mística atrayente, no llegarían a tener las mismas cualidades del viejo maestro.

Por eso, se marca una diferencia fundamental entre las dos principales generaciones del pitagorismo, siendo la segunda el fruto de una evolución importante del movimiento. Así, la comunidad tarentina, a pesar de mantener ciertas rigurosidades, no tendrá las características religiosas del grupo establecido en Crotona, sino, más bien, constituirá una especie de comunidad científico-filosófica, cuyas principales conquistas serán atribuidas a la figura de Arquitas.

La ciencia que nos entrega este pitagorismo no se puede considerar fuera del proceso griego. Problemas como el de la duplicación del cubo no se entienden sin conocer los planteamientos de matemáticos anteriores. Por eso, Arquitas no es sino un elemento más en el engranaje de la ciencia griega, siendo uno de los más importantes pitagóricos científicos.

Sus aportes se dieron en distintos niveles y tuvieron una importancia relativamente grande, sin que se le llegara a reconocer como el máximo exponente en una u otra rama, quizás porque penetra en casi todos los campos del saber de su época: desde la geometría hasta la música, pasando por la aritmética, la mecánica y la astronomía.

En este trabajo no podemos considerar plenamente los logros del tarentino en este campo; a lo sumo, nos asomamos con cuidado a ellos, sin pretender jamás que nuestra exposición sea la única posible. Aunque sí se debe reconocer que, generalmente, ésto que en seguida presentamos es lo que más se suele citar de su labor, quizás explicado ahora con un poco más de detalle.

A. Logística pitagórica

Arquitas, en un texto citado por Porfirio (In *Ptolem. Harm.*pág. 56), nos presenta un enlistado de las ciencias desarrolladas hasta su época, que sirve para enfrentarnos al panorama científico del siglo IV, el que apenas estaba inaugurando los grandes desarrollos en ciencia.

García Bacca menciona este texto¹ con el subtítulo de "quadrivio pitagórico". Tal título es atractivo; sin embargo, no lo queremos utilizar de inmediato, ya que no está tan claro el número de ciencias mencionadas. Al afirmar "quadrivio", se suponen solo cuatro ciencias y ya veremos como esto parece ampliarse en el texto, el que no se limita a señalar las cuatro ciencias elementales del pitagorismo -aritmética, geometría, astronomía y música-, sino que también parece presentar la esférica como una ciencia aparte.

Más apropiado es el nombre de "logística", mencionado por García Junceda² por cuanto las ciencias todas remiten en algún sentido a los números. Este término, que es usado en las Diatribas de Arquitas, casi se podría hacer equivaler al cálculo lógico, pero, esencialmente, nos remite a las condiciones fundamentales del número. Para el pitagórico, $\tau \alpha \mu \alpha \theta \eta \mu \alpha \tau \alpha$ no es un conjunto de ciencias dispersas, sino el grupo de ciencias matemáticas, en el que el número es el instrumento lógico que hace posible investigar desde la esencia de las cosas hasta sus relaciones y potencias. Porque, como señala García Junceda,

el número era el principio formal del Cosmos, cobraba sentido el estudio de sus relaciones en los aspectos particulares y concretos de la realidad³.

Por medio del número, las ciencias no sólo discurrían alrededor de totalidades, sino también sobre los distintos detalles de cada una. Esto es lo que nos aclara Arquitas en el primer fragmento que de él se conserva.

Dice Arquitas:

καλώς μοι δοκοῦντι τοὶ περὶ τὰ μαθήματα διαγνώμεναι, καὶ οὐδὲν ἄτοπον αὐτούς, οἶά ἐντι, περὶ ἑκάστων φρονέειν 4 .

Como es evidente, al inicio del texto, que presenta importantes dificultades de traducción, puesto que está escrito en dialecto dórico⁵, se hace una afirmación rotunda sobre las cualidades del conocimiento conocido hasta el momento. Al afirmar el tarentino:

καλώς μοι δοκούντι τοὶ περὶ τὰ μαθήματα διαγνώμεναι,

esto es,

para mi piensan convenientemente éstos al discernir sobre las ciencias,

quiere decir que el conocimiento de éstas fue desarrollado en forma beneficiosa para los que les heredaron, quienes tienen que tener en cuenta que

καὶ οὐδὲν ἄτοπον αὐτούς, οἶά ἐντι, περὶ ἑκάστων φρονέειν,

esto es, supplied supplied that the supplied to the

nada extraño es, en verdad, tener entendimiento, como es posible, de cada una de ellas.

A propósito de esta traducción, que es bastante literal, resulta muy distinta de las que circulan en textos como el de García Bacca y el de García Junceda. Por ejemplo, dice el primero,

pensándolo bien, me parece que los que se dedicaron a las matemáticas llegaron al conocimiento perfecto y no tienen nada de desconcertante que discurran cuerdamente y con discreción acerca de cuál es cada una de las cosas⁶. Esto resulta semántica y sintácticamente distinto del texto griego, lo cual muestra o que no se entendió o que es demasiado libre y, por ello, se aleja irremediablemente de la literalidad del texto.

Arquitas quiere señalar la importancia de las ciencias que se han desarrollado hasta su momento y, para hacerlo, utiliza el adverbio καλώς, cuya traducción puede ser un tanto libre 7. Para él era evidente que muchos pensadores anteriores habían juzgado en forma conveniente no solo sobre la totalidad de la física $(\pi \epsilon \rho)$ τῶν $\delta \lambda \omega \nu$ $\delta \lambda \omega$

Inmediatamente después de estas primeras afirmaciones, presenta las ciencias que le transmitieron aquellos estudiosos anteriores. Cita, en primer lugar, la astronomía, que trata de la rapidez de los astros, su puesta y su salida (περὶ τὰ τῶν ἄστρων ταχυτᾶτος καὶ ἐπιτολᾶν καὶ δυσίων). En segundo lugar, la geometría, a la que él mismo dedica bastante tiempo en su trabajo. En tercer lugar, la ciencia de los números, es decir, la aritmética. En cuarto lugar, la esférica o ciencia de los cuerpos celestes, y, aunque ésta debe considerarse dentro de la astronomía, Arquitas prefiere su separación. Finalmente, cita la música.

Cada una de éstas se presenta, fundamentalmente, como ciencia matemática. La misma música se trabaja con cálculos exactos y proporciones bien formadas. Por eso, quizás, todas estas mismas ciencias son hermanas ($\hat{\eta} \mu \in \nu \lambda \delta \epsilon \lambda \varphi \in \lambda \delta$), como afirma Arquitas. Esta es una hermandad que se presenta desde el mismo principio del ser, cuyas dos formas primarias, probablemente, la cantidad y la dimensión, poseen el mismo modo de ser y, por ello, son de cercano parentezco. Como del ser se pasa perfectamente al conocer, si las dos formas primarias del ser son hermanas, con mucha más razón, las ciencias, que tratan de las cosas verdaderas $(\sigma \alpha \varphi \hat{\eta})$, es decir, del ser, serán hermanas.

Es problemática la mención de las susodichas formas primarias del ser, puesto que por los antecedentes pitagóricos tenderíamos a creer que se trata de la mónada y la diada. Pero Timpanaro Cardini nos aclara de otro modo el asunto. Dice ella⁸ que Yámblico (en *Nicom.*, pág. 6, 26 pist) afirma que las dos for-

mas primarias del ser son τὸ ποσόν (la cantidad) y τὸ πηλίκον (la dimensión o grandeza). Así, la aritmética considera τὸ ποσὸν καθ έαυτό (la cantidad en sí misma); la música, en cambio, considera τό ποσὸν πρός τι (la cantidad con relación a algo), refiriéndose con τι probablemente, a los intervalos. La geometría y la astronomía consideran τὸ πηλίκον en distinta forma: la primera lo analiza en reposo, la segunda en movimiento. Aquí se encuentra el sentido de esa hermandad de las ciencias.

Arquitas, en sus Diatribas⁹ citadas por Estobeo (I, pr. 4), presenta una importante separación de la logística respecto a las cuatro ciencias fundamentales. A ésta la convierte en ciencia superior, casi en una ciencia de ciencias, por cuanto se ocupa de cosas a las que las otras no pueden llegar. Se podría sostener que se ocupa de los principios epistemológicos de las otras, de ahí que sea factible afirmar que ella constituye el centro de unión del quadrivio, siendo un presupuesto fundamental. Por eso mismo, afirma García Junceda.

la logística, ajena por principio de todo matiz práctico, constituyó la ciencia de las ciencias, el saber primario y fundamental sobre el cual ha de asentarse cualquier otro saber¹⁰.

El objeto de la logística es ὁ λόγος, que es la expresión numérica relativa, como bien nos dice García Junceda". Por ello, el "logos" es proporción, en cuanto concepto relacionante del tipo matemático. Ella misma remite a un "logos" que explica la realidad, una realidad analógica, proporcional, cuyas relaciones son numéricas. Estas últimas constituirán el punto fundamental de estudio de esta ciencia.

Pareciera que aquí Arquitas nos está presentando un pequeño esbozo de lo que constituirán los Segundos Analíticos de Aristóteles, al menos hay una analogía en el planteamiento de la "lógica" de la ciencia. De ser esto cierto, el estagirita estaría recogiendo de fuentes pitagóricas algunos principios y doctrinas que siempre se han atribuido directamente a él, con lo que mostraría un cierto grado de dependencia respecto de una filosofía que él mismo rechaza y refuta.

Por supuesto, esto es un signo del grado intelectual alcanzado por la escuela tarentina, la que probablemente sería la primera que vio clara la necesidad de establecer esta "logística" como fundamento del conocimiento científico.

B. Principios epistemológicos

Fundamentalmente, las ciencias tratan del número, entendido como "logos", encontrado en las relaciones expresadas por la realidad. Pero el medio de encuentro con tal objeto de estudio no nos ha sido del todo aclarado. Es decir, no es evidente aún cómo conocemos. Recordemos que no es extraño a los griegos el dudar del conocimiento. Son muchas las discusiones alrededor de este problema, especialmente, en lo que respecta al conocimiento empírico. Sin embargo, no se trata de una "duda metódica" del tipo cartesiano, ya que no se rechazan todas las fuentes exteriores del conocimiento, sino que se censuran unas para resaltar las otras. Así, por ejemplo, hubo entre ellos mismos corrientes filosóficas, como la parmenídea, que presentaron fuertes acusaciones a la confianza depositada por los hombres al mundo que les rodea, para resaltar el "verdadero conocimiento", en el que sólo se piensa el "ser". El mismo Platón sostiene una filosofía que pretende ser, en muchas ocasiones, ajena al conocimiento de los sentidos, considerando que éste es doxístico, habiendo fundamentado su "verdad" en la intelección de las ideas arquetípicas.

Arquitas nos presenta algunas de sus ideas respecto al conocimiento y la investigación, ideas que nos hemos atrevido a llamar "principios epistemológicos" y que fueron, seguramente, aplicados por su escuela. Estos principios están presentes en un probable libro suyo llamado Περὶ μαθηματικών, que a su vez Estobeo cita fragmentariamente. Dice Arquitas:

δεί γὰρ ἢ μαθόντα παρ' ἄλλω ἢ αὐτὸν ἐξευρόντα, ὧν ἀνεπιστάμων ἦσθα, ἐπιστάμονα γενέσθαι. τὸ μὲν ὧν μαθὲν παρ' ἄλλω καὶ άλλοτρίαι, τὸ δὲ ἐξευρὲν δι' αὐταυτον καὶ

ίδίαι έξευρεῖν δὲ μὴ ζατοῦντα ἄπορον καὶ σπάνιον, ζατοῦντα δὲ εὔπορον καὶ ῥάδιον, μὴ ἐπιστάμενον δὲ ζητεῖν ἀδύνατον12.

(Es necesario, pues que ya sea el aprender de otros o el mismo descubrir, de los que eras desconocedor, hayan llegado a ser medios de conocimiento. Por consiguiente, no solo se aprende de otros y por extraños, sino también se descubre por sí mismo y privadamente. Descubrir sin haber investigado es difícil y raro, habiéndolo hecho es accesible y fácil, investigar sin haber entendido es imposible).

Según esto, el aprender de otros (μαθόντα παρ' ἄλλω) y el descubrir (ἐξευρόντα) deben llegar a constituir medios de conocimiento (ἐπιστάμονα). De modo que el aprovechamiento de la tradición es fundamental, así como el reconocimiento del valor de lo logrado por otros. Sólo de este modo se puede empezar a explotar sus posibilidades. Por otro lado, hay que tener claro que para descubrir (ἐξευρεῖν) es necesario investigar (ζητεῖν); sin esto, el descubrimiento es difícil y raro (ἄπορον καὶ σπάνιον), mas, con tal medio, se vuelve accesible y fácil (εὔπορον καὶ ῥάδιον). Y, por supuesto, el investigar sin haber entendido, es imposible (μὴ ἐπιστάμενον δὲ ζητεῖν ἀδύνατον).

Con esto, Arquitas está proclamando una nueva forma de conocer en el pitagorismo. Cuando él plantea la necesidad de retomar el conocimiento alcanzado por otros, no parece estar hablando necesariamente de su escuela, sino que supone, en cierto modo, el desarrollo de otros grupos intelectuales, que en su tiempo fluian por doquier. Por otra parte, al buscar el conocimiento, se hace una investigación con un marco interpretativo, marco esencial para que los datos pudieran entenderse y ubicarse en una línea coherente. Por eso, esos elementales principios dan a conocer un método científico en el que la realidad se acepta, mas con un sentido racional.

De ahí que, según dice Arquitas,

στάσιν μὲν ἔπαυσεν, ὁμόνοιαν δὲ αὕξησεν λογισμός εύρεθείς13.

(Un principio racional encontrado apaciguó la

disensión y acrecentó la concordia).

Ese principio racional (λογισμός) es, probablemente, el centro vital del conocimiento, porque con él ya no hay disensión (στάσιν), sino concordia (ὁμόνοιαν) en los principios epistémicos y en los mismos datos logrados.

Sin duda alguna, la escuela pitagórica tarentina reflejó una gran vitalidad y rigurosidad intelectual, producto de una dirección fuerte, pues contó con un maestro que fundamentó, mientras pudo, el trabajo científico con principios epistemológicos suficientemente claros y específicos.

C. Las medias proporcionales

Entre las ciencias que desarrollaron los pitagóricos sobresale la música, sobre todo en sus aspectos puramente teóricos. Arquitas siguió elaborando los temas iniciados por Pitágoras, y que había continuado, especialmente, Filolao. La escuela pitagórica se había dedicado a la búsqueda del cálculo matemático de los intervalos musicales y había encontrado una serie de consonancias fundamentales. Aunque el logro más importante de esta búsqueda fueron los principios elementales de concordancia, que se conocen como medias proporcionales (αί μεσότητες). Estos no se aplican únicamente en música, sino que tienen un trascendental valor para el conocimiento en general. Su importancia epistemológica, que está intimamente unida a la metafísica general que explica el movimiento, debe ser analizada con cuidado, puesto que aquí se da la primera referencia directa al concepto de media proporcional o analógica.

El texto que cita Porfirio (In *Ptol. harm.* pág. 92 Düring) estaba en un supuesto libro escrito por Arquitas llamado Περὶ μουσικῆς, sobre cuya validez no podemos discutir, por falta de evidencia. Sin embargo, hay que tener en cuenta que no se pierde en absoluto el hilo de los razonamientos priagóricos y que se refuerzan puntos fundamentales del desarrollo filosófico y científico de este movimiento.

Nos dice Arquitas, al principio del mismo:

μέσαι δέ ἐντι τρῖς τᾳ μουσικᾳ, μία μὲν ἀριθμητικά, δευτέρα δὲ ἁ γεωμετρικά, τρίτα δ' ὑπεναντία, ἄν καλέοντι ἀρμονικάν¹⁴.

(Las medias -proporcionales- en música son tres: la primera, la aritmética, la segunda, la geométrica y la tercera, la subcontraria, que llaman armónica).

Como podemos ver, el tarentino señala que en música hay tres medias (proporcionales), que son: la aritmética (ἀριθμητικά), la geométrica (γεωμετρικά), y la subcontraria (ὑπεναντία) también llamada άρμονικά La aritmética es aquella en la que dados tres términos (őpot), el primero supera al segundo en la misma proporción en que el segundo supera al tercero. En esta proporción, el intervalo de términos mayores es menor y el de términos menores es mayor, si vemos en números de quebrados tales intervalos. Así, dados dos números, para dos términos extremos: 12 y 6; el medio aritmético es lógicamente 9. La relación sería así: 12:9 :: 9:6. Y, en esta proporción, 12/9 < 9/6.

Por su parte, la geométrica es aquella en la que el intervalo del primer término al segundo es igual al intervalo del segundo al tercero. En estas proporciones, ambos intervalos son iguales. Así, con una media proporcional de 6, se presentan estas relaciones: 12:6:3, siendo evidente que 12/6 = 6/3.

Finalmente, la subcontraria o armónica se presenta cuando sea tal que en las partes del mismo en que el primer término supera al segundo, en esas mismas partes del tercero el medio (o segundo) supera al tercero. En estas proporciones el intervalo de términos mayores es mayor, mientras que el de términos menores es menor. Tomemos como ejemplo dos números extremos: 12 y 6, quedando una media proporcional de 8, con lo que la analogía se establece así: 12:8 :: 8:6 y resulta claro que 12/8 :: 8/6.

La aplicación de estas medias proporcionales en música lleva al reconocimiento de los principales intervalos en la escala musical; como afirma García Junceda,

la media aritmética y la media armónica dividían, pues, a la octava en los valores absolutos de las cuerdas de la lira, que producían el intervalo de cuarta y de quinta. Con lo cual Arquitas daba expresión logística completa a la intuición inicial de Pitágoras¹⁵.

Recordemos que el padre del movimiento dividió el monocordio, estableciendo los principales y más armoniosos intervalos, es decir, la octava, la cuarta y la quinta.

Es necesario considerar, respecto a estas medias proporcionales, que con ellas

llegamos a la cúspide de la aritmética pitagórica primitiva¹⁶.

Pero hay que reconocer que ya se conocían antecedentes de estas progresiones. Su creación se atribuye a Pitágoras, según refiere Nicómaco (en *Theologumena arithmetica*, pág. 61)¹⁷, y casi todos los discípulos de este debieron tener en cuenta al menos un par de ellas. Abel Rey citando otros antecedentes bien interesantes, dice:

algunas progresiones aritméticas y geométricas son estudiadas en el Rhind y un ejemplo de cada una se encuentra en una antigua tablilla caldea a los crecientes diarios de la parte iluminada de la Luna entre el novilunio y el plenilunio 18.

A pesar de los antecedentes mencionados, la claridad y la exactitud del texto de Arquitas no tiene igual entre los pensadores que se refieren al tema. Por ello, este texto es citado una y otra vez por los estudiosos que analizan las proporciones o medias proporcionales en el pensamiento griego.

CH. El problema de la duplicación del cubo

En la mayoría de las referencias sobre Arquitas que aparecen en las obras generales (como en enciclopedias o en diccionarios) se menciona que el tarentino es el fundador de la mecánica científica. Tal atribución se debe a su solución de un problema geométrico de intereses prácticos para la arquitectura. Al parecer, era un problema ya resuelto a nivel práctico. Pero el griego siempre buscó el fundamento teórico de las cosas que hacía y, específicamente, este problema no había podido ser comprendido, debido a un uso aún elemental de instrumentos técnicos.

Arquitas responde teóricamente al problema de la duplicación del cubo mucho tiempo después de que su planteamiento fundamental fuera presentado. Casi medio siglo antes, es decir, a mediados del V, el matemático Hipócrates de Quíos había planteado de esta forma el problema:

si se logra encontrar en dos líneas rectas, de las que la más grande es el doble de la menor, dos medias proporcionales en analogía continua, el cubo se dobla¹⁹.

Si se lograba encontrar solución a tal construcción, el problema estaba resuelto. De modo que se trataba de construir geométricamente dos medias proporcionales.

Para ello, Arquitas,

parte de la geometría del círculo, ... y su más poderoso esfuerzo, la geometría de las superficies poligonales y de sus transformaciones unas en otras, por construcción de superficies equivalentes o iguales²⁰.

Hasta el momento en que vive nuestro pensador, la geometría estaba limitada al uso del compás y la regla. Su desarrollo en el siglo V se vio muy beneficiado por la introducción del estudio de los irracionales, los que habían motivado un desarrollo fundamental para la matemática. En el siglo IV, la misma geometría se vería radicalmente cambiada por la teoría de las secciones cónicas y las construcciones al margen del compás, todas las cuales tuvieron su origen en la introducción de los irracionales en las construcciones geométricas. Arquitas es, quizás, uno de los que realiza tal introducción.

Para resolver el problema de Hipócrates, la geometría del compás era, parcialmente, inútil. Por eso, en los días de Arquitas, como afirma Rey,

el esfuerzo inventivo se inclina naturalmente hacia máquinas más complejas que la regla y el compás, al utilizar varias reglas que se mueven unas en relación con las otras, y compases de varios brazos²¹.

Según esto, se da una superación que sigue la línea de la misma geometría. Sin embargo, esta solución fue, probablemente, considerada amorfa y fuera de toda racionalidad, ya que era una propuesta muy revolucionaria en su época. Para comprenderla el griego geómetra tenía que ensanchar sus posibilidades racionales, porque solo así

la inteligencia ensancha los conceptos y el campo de los conceptos crea cosas nuevas²².

El problema de la duplicación del cubo era de índole arquitectónico. Los constructores ya lo habían resuelto en la práctica con la ayuda de la regla y el compás; pero, teóricamente, se buscaban medios nuevos. Su solución había sido intentada por la mayoría de los matemáticos, como lo muestra un texto en el que Plutarco dice que Platón criticaba la utilización de la matemática en tales problemas²³. De estos intentos, el primero que da buen fruto es el de Arquitas, quien presenta su solución

menos complicada desde el punto de vista de los medios constructivos (sin que sea, ni mucho menos, la más fácil analíticamente), y que se relaciona con los instrumentos más sencillos (reglas corredizas de la misma clase de ciertos utensilios a los que conducen casi naturalmente determinadas medidas usuales)²⁴.

Dada la naturaleza especializada de la explicación ofrecida por el tarentino, presentamos aquí los juicios de algunos especialistas que se han ocupado del problema. Ofrecemos, también, en el apéndice, la traducción completa del texto correspondiente, citado por Eutocio (in Archim. sphaer. et cyl. II), que presenta Rey. Este historiador de la ciencia recurre no al texto griego sino a una traducción e interpretación de Allman, quien sí trabaja con el griego directamente. Por otro lado, el interesado en la plena comprensión de esta solución, se puede dirigir a la traducción del lenguaje moderno de la matemática, que es presentada por T. Heath, en su libro A Manual of Greek Mathematics, págs. 136-138.

En general, esta solución muestra claridad en la interpretación de las superficies y, además, la posible relación de Arquitas con la generación de los cilindros y de los conos. Según señala Allman, Arquitas debía tener una concepción correcta de los lugares geométricos y de su aplicación a la determinación de un punto en el medio de su intersección²⁵.

Por otra parte, para Abel Rey, el más importante aspecto en esta solución es el viraje que da la geometría, replanteando la utilización de instrumentos como la regla y el compás. Dice:

Se trata de la recta y el círculo concebidos por el espíritu, y de los que todas las propiedades y las de sus combinaciones hasta el infinito las ve y comprende el espíritu²⁶.

La regla y el compás se subordinan, por ello, a los mandatos de la razón, con lo que los griegos empiezan a dar un gran paso hacia una matemática superior. La inteligencia griega sigue siendo visual, no se pueden librar de los instrumentos; pero el proceso está en plena marcha.

La solución del tarentino, sin embargo, no es completa para la matemática, ya que, en sentido estricto, es mecánica por su apelación a movimientos materiales y su construcción sensible. De ahí que

se trata de un artificio empírico que proporciona la solución: no es un encadenamiento lógico de propiedades demostrativas²⁷.

No se puede reducir a una construcción estática, inteligible. Es empírica, con movimientos y actos operatorios en el espacio, y, sin embargo, de esta misma se partió hacia un ensanchamiento intelectual, que pronto llevaría a las secciones cónicas. Esto por la insistencia en dirigirse hacia las intersecciones de superficies y el empleo de los sólidos construidos sobre el círculo: el cilindro y el cono.

Según el mismo Rey, dos méritos más se pueden otorgar a esta solución. En primer lugar, Arquitas aborda la visión intelectual en el espacio y, por eso mismo,

probaba realmente que, para los progresos de la geometría, hacía falta salir de la geometría plana. Inauguraba los estudios sobre los lugares sólidos y los problemas de tercer grado²⁸,

a lo cual se dedicaría la teoría de los cónicos. Y en segundo lugar,

Arquitas fue el primero que vio claramente la significación del problema del sólido y lo que requiere para su solución, al enlazar la investigación de las dos medias proporcionales con la estereometría. Está en la línea fronteriza de las investigaciones que desembocarían en la teoría de los cónicos²⁹

Por eso, quizás, sea él quien comienza esta teoría, de la cual dependen toda la geometría posterior y moderna dependen.

Esa es la relevancia de un problema que, al menos para nuestros intereses, no parecería importar tanto, tal vez debido a que en el terreno filosófico es muy discutible su aplicabilidad. Veremos, sin embargo, cómo se introduce en toda una línea de pensamiento fundamentalmente analogista.

D. Arquitas y la música griega

Entre todas las culturas antiguas, la griega se distingue por su extraordinario apego a la razón. Eso pudo haber provocado que algunos de sus trabajos puramente culturales no fueran tan impresionantes como los de otros grupos humanos, sobre todo si pensamos que el arte es también producto de la sensibilidad y, por ello, no puede contenerse o encasillarse necesariamente en esquemas racionalistas. Sin embargo, detrás de toda obra artística hay un supuesto racional que le da sentido. Ese es, quizás, el que esta civilización va a desarrollar más.

Contrariamente a lo que parece suponerse, la racionalidad no les afectó. Ellos lograron transportar a su quehacer artístico los modelos ideales empregnados por una razón casi genérica, que los convirtió ante la historia en los "clásicos".

El problema de cómo se reconocen los rasgos racionales de su arte es, en la mayoría de las ocasiones, difícil de apreciar, sobre todo porque se conjugan muy diversos aspectos. Sin embargo, es una tarea que no podemos obviar. Para nuestro caso, es una obligación entrar en el estudio de la música griega, debido a que Arquitas fue uno de sus teóricos más importantes, habiendo sido uno de los baluartes de la línea racionalista pitagórica.

La música en la cultura griega es el fruto no solo del trabajo al interior de la civilización misma, sino también de una gran cantidad de influencias orientales. Las invasiones ilirias, que trajeron después del año 1000 a. C. a tesalios, dorios y beocios, introdujeron en todas aquellas costas e islas sus esquemas melódicos, armónicos y rítmicos. Pero a todo ello los griegos, en la madurez de su cultura, sumaron una inteligibilidad que los hizo convertirse en verdaderos genios del arte, imponiendo una práctica musical probablemente sin precedentes, que sólo se vuelve a ver entre los romanos imperiales.

Según un cuadro sinóptico que presenta un excelente texto de Adolfo Salazar³⁰, se pueden señalar tres modos del quehacer musical. Estos son: $\xi \theta_0 \varsigma$, en las formaciones musicales; $\tau \xi \chi \nu \eta$, en cuanto a las leyes del sonido y $\tau \rho \hat{\alpha} \xi \iota \varsigma$, en lo que respecta a la ejecución instrumental. Por otro lado, se pueden marcar tres periodos fundamentales en el desarrollo de este arte: pre-clásico (de los orígenes al siglo V), clásico (siglos V y IV) y post-clásico (siglos III a. C hasta el II d. C).

Nos interesa fundamentalmente la τέχνη y el periodo clásico, porque en estos se presentan los aportes de Arquitas. Además, el aspecto puramente racional de la música se encuentra en este "modo", que, por cierto, se empieza a desarrollar por el trabajo de los pitagóricos, quienes en las dos primeras etapas son esencialmente los que se preocuparán más por el asunto. De ahí que Salazar cite a Pitágoras y a Filolao como los principales teóricos de la τέχνη pre-clásica y a Arquitas entre los teóricos del periodo clásico, al lado de los más grandes personajes de la música griega: Aristoxeno y Aristóteles. En el periódo post-clásico, los teóricos son todos verdaderos especialistas que no se ligan necesariamente a ninguna escuela filosófica.

Los pitagóricos fueron los únicos, hasta Aristóteles, que fundamentaron científicamente esta ciencia. La teoría musical se dedicaba al reconocimiento de las propiedades de los sonidos, al cálculo de las proporciones musicales y, por supuesto, al establecimiento de los intervalos musicales. Todo reducido al establecimiento de parámetros matemáticos, según los que se calculaban aquellos aspectos. Esto mostraba serias deficiencias teóricas, por cuanto el movimiento no se había dedicado a una rigurosa revisión de todos los aspectos de la música, cosa que sólo llevaría a cabo Aristoxeno de Tarento, quien había sido discípulo de Arquitas en su juventud.

En el siglo IV, el pitagorismo había planteado sus más grandes logros en materia musical. Su más importante teórico fue Arquitas, quien tuvo como más enconado rival en esta disciplina precisamente a su ex discípulo, Aristoxeno. Fundamentalmente, el pitagorismo había planteado una posición teórico-matemática, mientras que la escuela de Aristoxeno, que vendría de inmediato, fue la teórico-empírica por excelencia. Según afirma Salazar,

la escuela aristoxeniana representa el empirismo en la entonación de los intervalos y su cómputo aproximado por dozavos de tono (que permiten la división del tono en tercios y cuartos) frente a la escuela pitagórica en la cual se calculaba la dimensión de los intervalos según minuciosas operaciones³¹.

Al pitagórico le interesaba un cálculo exacto y armónico de los intervalos, en cambio el aristoxeniano ponía como elemento fundamentador el oído. Por eso, las teorías de Arquitas, más que en el nivel cotidiano y práctico de la música, se deben comprender como el esfuerzo teórico por proporcionar las exactas magnitudes del sonido musical, esfuerzo que representa todo el trabajo que, desde el mismo Pitágoras, se venía realizando. Y, juzgando desde una época posterior a la escuela de Aristóxeno, es decir, después de que se había teorizado alrededor de todos o casi todos los aspectos de la música, es evidente que los estudios pitagóricos se enmarcan en la ciencia acústica. No obstante, no se les puede dejar de reconocer sus importantes aportes en cuanto al cálculo de intervalos, que ellos sistematizan específicamente.

Arquitas, según un texto de Ptolomeo (*Harm.* 1,13, pág. 30,9. Düring)³², se preocupó de la música mucho más que la mayoría de los

pitagóricos. Sus trabajos principales son el cálculo de las proporciones musicales, la descripción de las consonancias y una teoría de la naturaleza del sonido. Especialmente importante es el primero, puesto que es lo más significativo que el pitagorismo entregó en este aspecto, al menos en sus dos primeras etapas. De todos modos, trataremos con cierto cuidado los otros aspectos, que no dejan de ser trascendentes para el movimiento.

I. El cálculo de las proporciones musicales

Afirma Ptolomeo que Arquitas

se esforzó por mantener la continuidad (τὸ ἀκόυλουθον) según proporción (κατὰ τὸν λόγον), no solo en las consonancias, sino también en las divisiones de los tetracordos, como es propio de la simetría de las proporcionalidades (o intervalos) por la naturaleza de las cosas armoniosas³³.

Así pues, Arquitas propone tres géneros: el enharmónico, el cromático y el diatónico³⁴, a los que determina por medio de diversas distancias exactas. El texto se puede ver completo en nuestro apéndice, sin embargo es necesario que revisemos el resumen que expone Ptolomeo al final del mismo³⁵.

El cuadro que presenta el cálculo de las proporciones hecho por Arquitas, es el siguiente:

	Έναρμόνιον	χρωματικόν	Διατονικόν
LA	1512	1512	1512
	} 5/4	} 32/27	} 9/8
SOL	1890	1792	1701
	} 36/35	} 243/22	4 } 8/7
FA	1944	1944	1944
	} 28/27	} 28/27	} 28/27
MI	2016	2016	2016
5/4 * 36	5/35 * 28/27) = 4/3	32/27 * 243/2	224 * 28/27 = 4/

Pongamos en claro, en primer lugar, que las cuatro notas citadas no corresponden en forma real al cálculo. Es preferible el uso de los nombres utilizados por los griegos, que, en el caso de la διὰ τεσσάρων baja (o cuarta inferior)

del sistema de Pitágoras³⁶, son: $\mu \in \sigma \eta$ (la), $\lambda \iota \chi \alpha^{-1}$ νός (sol), παρυπάτη (fa) e ὑπάτη (mi). Estas cuatro notas corresponden al tetracordo dórico, el que, por influencia de la cultura de los dorios, se usó casi hegemónicamente para el templado de la lira, en sus tres formas o modos, es decir, en los tres géneros citados. Por otro lado, la distancia que hay entre la nota más alta y la más baja es la de la actual "cuarta justa", que era considerada por los pitagóricos como uno de los intervalos armónicos por excelencia, junto a la quinta y a la octava. Recordemos que dos διὰ τεσσάρων (dos cuartas) conforman el sistema de la octava (διὰ πασῶν) del pitagorismo³⁷, y que el tetracordo constituye la escala más elemental y fundamental. De modo que, una vez establecidas las proporciones dentro del tetracordo, se puede considerar que todas ellas están dadas con una distancia de cuatro δίεσις (un tono) entre la nota más alta de la διὰ τεσσάρων baja y la nota más baja de la διὰ τεσσάρων alta.

Arquitas establece para la διὰ τεσσάρων, cuyo intervalo se establece en 4/3, tres notas inalterables en los tres géneros. Por eso, la μέση, en esos tres, corresponde a un solo número, 1512, establecido convencionalmente para ejemplificar el cálculo exacto de las proporciones, de modo que calce en todos los intervalos que él presenta. Igualmente, la ύπάτη corresponde, según el cálculo convencional que hace, al número 2016. Entre estos dos números, hay una distancia de 4/3. Lo más importante de esta propuesta de Arquitas es que establece para la παρυπάτη la misma distancia respecto a la ὑπάτη, esto es, 28/27, que corresponde a una δίεσις (o sea un cuarto de tono). Esto es completamente anormal con respecto a los cálculos de los tetracordos que se hacen posteriormente e, incluso, a los que podían conocerse en su tiempo. De aquí se ha deducido el muy probable hecho de que en la época de Arquitas el característico grado del género enharmónico (la ὑπάτη más una δίεσις) servía de παρυπάτη para todos los géneros. Lo cual, según Salazar,

se traduce en la notación de los tonoi hasta tiempos después de que la parhypate enharmónica había sido abandonada en los géneros cromático y diatónico, con lo cual puede pensarse que la fijación del sistema de notación (cualquiera que fuese la antigüedad de la invención) se debería a Arquitas (400-360) o a sus coetáneos³⁸.

Establecidas estas tres notas, no quedaba más que plantear las diferencias entre los géneros por la nota λιχανός. Para el género enharmónico, propone una distancia de 5/4 entre la μέση y la λιχανός, lo cual equivale, según los cálculos pitagóricos, a una tercera mayor natural y, según los números establecidos para las otras notas, la λιχανός corresponde al número 1890. Es importante resaltar que para este caso específico es extraña la proposición de una tercera mayor natural, puesto que los pitagóricos rechazaron su uso, habiendo creado la llamada "tercera mayor pitagórica", que calculaban en 81/64 y que se obtenía por el cálculo de la serie de quintas, según señala Salazar³⁹. En este mismo género, queda una distancia de 36/35 entre la λιχανός y la παρυπάτη, esto corresponde a una δίεσις o, lo que es lo mismo, un cuarto de tono. Este es otro punto interesante y característico, puesto que se diferencian dos tipos de δίεσις· una, la inferior o baja, que se presenta entre la παρυπάτη y la ὑπάτη, y otra, la superior, que se da entre la λιχανός y la παρυπάτη. La primera, a la que se propone 28/27 de distancia, es mayor que la segunda, cuyo intervalo es de 36/35.

En el género cromático se presenta un intervalo de 32/27 entre la μ έση y la λ ι χ ανός, lo que equivale a la llamada "tercera menor pitagórica", que fue obtenida por medio del cálculo de quintas hecho por los pitagóricos. Según esta distancia y conforme a la numeración convencional establecida, la λ ι χ ανός corresponde al número 1792. Queda un intervalo de 243/224 entre la λ ι χ ανός y la παρυπάτη, lo cual equivale a tres δ ί ϵ σις.

Finalmente, en el género diatónico, se plantea una distancia de 9/8 entre la $\mu\epsilon\sigma\eta$ y la $\lambda\iota\chi\alpha\nu\delta\varsigma$, que los pitagóricos consideran como una segunda mayor, esto es, un intervalo de cuatro $\delta\epsilon\epsilon\sigma\iota\varsigma$ (un tono). Como consecuencia de ese cálculo, la $\lambda\iota\chi\alpha\nu\delta\varsigma$ corresponde al número 1701, y queda una distancia de 8/7 entre esta nota y la $\pi\alpha\rho\upsilon\pi\acute{\alpha}\tau\eta$, lo que corresponde a cinco $\delta\epsilon\sigma\iota\varsigma$ (un tono y cuarto).

Todo esto, trasladado al lenguaje moderno de la música, se podría presentar así:

	Enharmónico	Cromático	Diatónico
μέση	la la se so	la	la
continued a	}2T	} 1 1/2 T	}1T
λιχανός	fa	fa#	sol
(Bigsage	} 1/4 T	} 4/3 T	}1 1/4 T
παρυπάτη	fa*	fa*	fa*
Company Street	} 1/4 T+	} 1/4 T+	}1/4 T+
ύπάτη	mi	mi	mi

Nota: T = Tono, - = menor, + = mayor, * = nota enharmónica (llamamos así a las que corresponden a cuartos de tono)

Desde esto podemos analizar posibilidades y logros de todos estos cálculos tan exactos, que tiempo después también otros matemáticos van a realizar⁴⁰.

En primer lugar, Arquitas es el teórico que expone por primera vez con exactitud los intervalos tetracordales en los tres géneros. Incluso, el recopilar estos mismos géneros, que anteriormente eran cuestión puramente práctica, constituye una evolución teórica que solo será retomada alrededor de dos siglos después, por parte de los pensadores alejandrinos.

En segundo lugar, los cálculos expuestos debían servir de base para la correcta afinación de la lira, aunque la posibilidad de tan grande exactitud era muy difícil. Por eso, las teorías pitagóricas se han considerado poco practicables. Recordemos, en ese sentido, que hay una diferencia bien marcada frente a los aristoxenianos, quienes teorizan a partir, casi exclusivamente, de la práctica.

A pesar de eso, algunas evidencias de estos cálculos pueden probar que su creador no estaba lanzando teorías al aire. Por ejemplo, el hecho de que utilice la tercera mayor natural y no la pitagórica, y, por otro lado, la proposición para la distancia entre la παρυπάτη y la ὑπάτη de una misma proporción para los tres géneros. Ambos asuntos nos hacen pensar que Arquitas debió conocer muy bien no solo las posibilidades de la lira, sino también la utilización práctica que se le daba. En ese sentido, se puede afirmar, aunque con reservas, que el esquema pre-

sentado por el tarentino depende de la realidad musical que le rodeaba. Por eso afirma Timpanaro:

Arquitas es el hombre de ciencia, que, sin embargo, conoce, y lo habíamos visto ya en varias ocasiones, la necesidad del dato experimental. Con él, la experiencia entra a formar parte de los conocimientos científicos, como control y confirmación de la teoría, que será en lo que resta por siempre preminente⁴¹.

Aunque aquí no se trata de un empirismo, en cierta forma se supone, por un lado, que la ciencia no necesariamente se hace a partir de lucubraciones especulativas y, por otro, que el dato experimental lleva un papel determinante en el desarrollo de las teorías. Con esto, Arquitas está mostrando un presupuesto epistemológico que, probablemente, será fundamental, no sólo para su escuela, sino también para los grandes científicos que habrían de venir, y, tal vez, está abriendo el camino para el mismo aristoxenianismo, el que, a pesar de presentarse como escuela adversante, depende en mucho de los desarrollos teóricos del pitagorismo.

En tercer lugar, vale la alusión de Platón (Rep. 349c) sobre los músicos. Dice el famoso filósofo:

-¿Y te parece a ti, varón óptimo, que el músico, cuando afina la lira, quiere rebasar al músico en tender o aflojar las cuerdas o pretende sacarle ventaja?⁴².

Supone esta pregunta de Sócrates a su interlocutor (Trasímaco), que el músico lo único que tiene que hacer para ejercer su arte con excelencia es tender o aflojar las cuerdas de su lira. Esto es, precisamente, lo que Arquitas parece proponer, aunque el tarentino no plantea que eso mismo sea lo único que en este arte se pueda hacer. Al pitagórico no le interesa, directamente, practicar un instrumento: él no es músico sino teórico. El problema de la música como praxis es otro: implica una serie de aspectos, con caracteres muy distintos. Por eso, lo que Arquitas hace es plantear una teoría para que se den las condiciones de la posibilidad de que se logre afinar la lira y otros instrumentos semejantes. De ahí que Arquitas, en realidad, proporcione un esquema acústico y no un esquema musical.

Y, finalmente, resulta evidente a todas luces que Arquitas fue un hombre de una gran lucidez de pensamiento, que lo hace poder plantear una esquematización exacta y justa del fenómeno que le interesa teorizar. Esta descripción que hace de las proporciones musicales va en la misma línea de la de las medias proporcionales, ambos son dos esquemas fundamentales para la música y las matemáticas de este siglo IV.

II. La descripción de los intervalos

El descubrimiento de los intervalos consonánticos se atribuye a Pitágoras, aunque, probablemente, ya se conocían en la práctica musical desde mucho antes⁴³. Sin embargo, la escuela pitagórica fue la que más reflexionó sobre el asunto. La misma descripción de dichos intervalos se la debemos a ella.

Sabemos que Pitágoras había encontrado que, partiendo o presionando la cuerda en determinados lugares del monocordio, se encontraba con distintos sonidos que, con respecto a la nota más grave, eran intervalos de distintas características. Los intervalos considerados armónicos eran los siguientes: el de octava, que se lograba presionando la cuerda en su mitad y, por ello, lo indicaron con la relación 2:1. El de cuarta, que se conseguía presionando en el sitio preciso de las tres cuartas partes de la cuerda y tenía la relación 4:3. Finalmente, el de quinta, que partía la cuerda en su segundo tercio y tenía una relación de 3:2.

La mayoría de los pitagóricos posteriores prácticamente repetían esta misma descripción. Por ejemplo, Filolao presenta los intervalos dándoles, incluso, valores propios⁴⁴. Arquitas también ofrece su explicación al respecto, sin que ésta presente grandes innovaciones. Aunque se le pueden reconocer, al menos, dos méritos fundamentales: uno, claridad y distinción; dos, simplificación matemática, en busca de una mayor comprensión. Veamos con más cuidado el texto, que lo puede encontrar traducido completo en el apéndice, y que fue conservado por Porfirio (in *Ptolem. harm.* I 6 pág. 107D)⁴⁵.

Se nos dice que Arquitas, así como Dídimo, pitagórico muy posterior, trabaja en la descripción de las consonancias, o intervalos, y las confronta tratando, quizás, de mostrarlas con mayor claridad. Esencialmente, Arquitas trata de substraer una unidad ($\mu o \nu \acute{a} \delta \alpha$) de las proporciones interválicas⁴⁶. Por eso, la octava ($\delta \iota \grave{a} \pi \alpha \sigma \hat{\omega} \nu$), cuya relación es 2:1, queda con una diferencia de uno. La relación 4:3, que representa la cuarta ($\delta \iota \grave{a} \tau \epsilon \sigma \sigma \acute{a} \rho \omega \nu$), queda convertida en 3:2, y, al sumar estos, se establece para ella el número 5. Por su parte, el intervalo de quinta ($\delta \iota \grave{a} \pi \acute{e} \nu \tau \epsilon$), cuya relación es 3:2, al serle restada una unidad queda con una proporción de 2:1, que sumados dan 3.

Según el texto que comentamos, las mónadas eliminadas fueron llamadas "similares" (ὅμοια), mientras que las otras, es decir, las que quedaron como diferencia en estas restas, se llamaron "diferentes" (ἀνόμοια). Con esto se quiere mostrar que las diferencias permanecen evidentes y con mayor sencillez, por cuanto sus números son más pequeños. Así se establece una -especie de conclusión:

Las proporciones múltiples y epimorias, en las que se vieron las armonías (consonancias), se conformaron en términos desiguales; el resto, del que se substrajeron los iguales (las mónadas iguales) es absolutamente desigual⁴⁷.

Según la reducción, se establece que la octava tendrá por número 1; la cuarta, 5; y la quinta, 3. Y se establece como principio que cuanto menor sea el número de los intervalos "disímiles", mayor su consonancia; es decir, que mayor será la armonía para los intervalos, si su número es bajo. De modo que la más armónica es la octava, después, la quinta y, por último, la cuarta.

En lo que respecta a otros intervalos, Arquitas prefiere no referirse a ellos. Todavía en su tiempo se considera que los demás no son consonánticos, y, que por tanto, son indignos de ser usados, de ahí que no se los debía introducir en la teoría. Para encontrar en la música griega una clasificación completa de los intervalos, hay que esperar varios siglos, cuando Ptolomeo registra la totalidad de los conocidos, dividién-

dolos en intervalos ὁμόφωνοι, σύμφωνοι, ἐμμελεῖς (que suena igual) y ἐκμελεῖς (disonantes), que es el orden jerárquico de ellos⁴⁸.

III. La teoría de la naturaleza del sonido

En la acústica pitagórica, el paso al estudio del sonido era necesario después de una teoría sobre los intervalos, como la expuesta. Por cuanto el pitagorismo no era una teoría trascendente del tipo platónico, sino una especie de "metafísica inmanente", que, pretendía matematizar la realidad. Arquitas puede ser reconocido como uno de los defensores de la tesis realista en el pitagorismo y, por eso, sus notables trabajos matemáticos con los intervalos musicales los había de enmarcar en un contexto que él mismo debió estudiar rigurosamente. Si los intervalos no respondían a ninguna realidad, si eran mera inventiva matemática, sus teorías carecerían del sentido primordial que las guió. El estudio de la naturaleza del sonido es la llegada a una realidad que, desde el punto de vista matemático, había sido, al menos en parte, comprendida.

Lo importante de esta teoría es que en ella,

como dice Rey,

vemos que los fundamentos de nuestra acústica moderna fueron percibidos totalmente y planteados por el genio griego⁴⁹.

Ella es anticipo de gran importancia para los conocimientos actuales en el campo, es signo del esfuerzo intelectual por comprender un fenómeno, del que, al parecer, había suficiente conocimiento, pero del que, realmente, había mucho más que decir.

Se conocen varias referencias al problema en mención que se presentan a partir de comienzos del siglo V, con Hipaso el metapontino y Lasos de Hermione. Pero no será, sino con Arquitas, cuando las más importantes aportaciones saldrán a la luz. Diels y Kranz recogen, en sus labores de recopilación, al menos tres alusiones al tema que nos presentan con gran claridad los puntos fundamentales de esta teoría. Las referencias son: Porphyr. in *Ptolem. Harm.* pág. 5650, que en la segunda parte pre-

senta una extensa explicación sobre la producción, naturaleza y propagación del sonido. Porphyr., op. cit.,I6 pág. 104D⁵¹ que es una interesante observación sobre los intervalos. Y, por último, Theo Smyrn. pág. 61,11 Hill⁵², que recalca las ideas presentadas en el primer fragmento. Recorramos los puntos fundamentales que se presentan, teniendo en cuenta que los estudios acústicos apenas estaban empezando y, por tanto, no se puede exigir una profunda teorización.

El primer texto es la continuación del fragmento más largo atribuido a Arquitas. En este mismo texto, después de haber expuesto lo que hemos llamado la "logística", incursiona en la acústica, presentando las ideas fundamentales que sus predecesores habían considerado sobre esta ciencia. Afirma, primeramente, que aquellos pensaban que los ruidos son producidos por el choque de unos cuerpos contra otros, y que tal golpe entre dos elementos a causa de nuestra naturaleza no siempre puede ser percibido, así no podemos conocer ni los producidos por golpes débiles, ni los que están lejos de nosotros ni los que son demasiado altos. Para ejemplificar esto, afirma que los ruidos al ser muy grandes no pueden entrar en nuestros oídos, así como casi nada penetra en un vaso de apertura estrecha, cuando se trata de echar en él demasiado líquido.

Otra idea que recoge Arquitas es que los ruidos, respecto a nuestra percepción, al ser producidos por un golpe rápido y fuerte, son percibidos en forma aguda; pero los que son producidos por un golpe débil y lento son percibidos como graves. Esto lo ejemplifica con una vara en movimiento, lo cual es un signo, como el anterior de los vasos, de la actitud realista del tarentino, signo que a su vez muestra cómo sus ideas siempre desembocan en la realidad circundante.

Hasta aquí nuestro pensador no ha aportado nada, pero en lo subsiguiente muestra sus ideas al respecto.

Arquitas desarrolla una teoría del sonido en la que se supone que a mayor fuerza y velocidad corresponde un sonido de mayor altura, y que, por consiguiente, los sonidos graves se obtienen por inferiores fuerza y movimiento. Pero su interés parece centrarse en el medio en que se mueve el sonido; por eso empieza utilizando ejemplos en los que el aire es un elemento fundamental. Afirma, nuestro pensador,

cuando nosotros ya sea hablando o cantando deseamos emitir un sonido fuerte y agudo, al emitirlo debemos hacerlo con un aliento fuerte⁵³.

Se podría entender mejor este aspecto con la imagen -que el mismo Arquitas utiliza- de proyectiles que son lanzados y se propagan en su medio, de modo que

los enviados fuertemente son transportados lejos, mas los que lo son débilmente, lo son cerca⁵⁴.

Así, presenta la idea primordial,

τοῖς γὰρ ἰσχυρῶς φερομένοις μᾶλλον ὑπακούει ὁ ἀήρ τοῖς δὲ ἀσθενῶς, ἦσσον⁵⁵. (es decir, que el aire se somete más ante un sonido más fuerte, mientras que ante uno débil se somete menos).

Prestemos atención a esta última afirmación. Ya no se trata de pensar sólo en las cualidades inherentes al instrumento y a sus posibilidades acústicas, sino también de comprender cómo el sonido se transporta. Arquitas parece estar cerca de la idea de ondas de propagación o pequeñas partículas que se propagan a través del aire. Así, el punto que diferencia los sonidos unos de otros es su velocidad en el medio, de modo que el agudo depende de una velocidad mayor que la del grave, el que se distingue por una propagación, al parecer, menor. Se distingue notablemente esta observación de aquella en que se decía que por el golpe rápido y fuerte se distinguían los sonidos agudos56. Contrario a esto, a nuestro pensador parece importarle más la velocidad con que el sonido se mueve en el aire.

Arquitas presenta también, en este texto, el hecho de que una propagación sonora provocada por un viento fuerte, produce un sonido agudo, en contraposición de la que lo es por uno débil, que produce uno grave. Habla del caso de un alejamiento del punto de emisión; en esta situación, nosotros

escucharíamos de lejos el sonido mayor de los emitidos⁵⁷.

En cambio, el menor ni de más cerca podríamos percibirlo, ya que su propagación es distinta. Después de esto, presenta el ejemplo del αὐλός, luego el de los tambores que se tañían en las fiestas, y, enseguida, el de una caña. Este último ejemplo es el apropiado para afirmar que

τὸ γὰρ αὐτὸ πνεῦμα διὰ μὲν τῶ μακρῶ τόπω ἀσθενὲς ἐκφέρεται, διὰ δὲ τῶ μείονος σφοδρόν 58 .

(El mismo aliento en un lugar extenso consigue uno débil, mas en uno más pequeño consigue uno fuerte).

El lugar (τόπος) determina que un sonido sea débil o fuerte. Así, se considera al sonido en los aspectos dimensionales de que depende y, además, según reporta Porfirio, Arquitas

εἰπὼν δὲ καὶ ἄλλα περὶ τοῦ διαστηματικὴν εἶναι τὴν τῆς φωνῆς κίνησιν ⁵⁹. (Había hablado diversas cosas sobre el movimiento del sonido del que dice que tiene dimensiones).

Esta concepción del sonido le da un alto valor a la teoría del tarentino, ya que marca un tránsito de una física de cualidades a una física mucho más elaborada, sobre todo en el orden matemático. El hecho de que se diga que el sonido tiene dimensiones obliga a una medición compleja del mismo, puesto que deberán tomarse en cuenta no sólo sus características intrínsecas, sino también las posibilidades de propagación en el medio.

Teón de Esmirna hace una referencia a Arquitas que nos puede ayudar a reafirmar la idea. En ella menciona al tarentino junto a Eudoxo, quien, probablemente, seguía las doctrinas acústicas de la escuela de Tarento. Aquí une la teoría de los intervalos a la teoría del sonido, repitiendo la idea acústica fundamental. El texto completo dice:

En relación con Eudoxo y Arquitas, ellos pensaban la proporción (λόγον) de las consonancias (συμφωνίων) en números y ellos mismos concordaban en que las proporciones se dan en los movi-

mientos, y en que no sólo el movimiento rápido es agudo puesto que es golpeado sin cesar y el aire es fustigado más rápidamente; sino también que el lento es bajo, ya que se da más lentamente⁶⁰.

A esto añade una idea fundamental al decir que las proporciones de las consonancias musicales se estudian en su movimiento y que, por ello, se entienden numéricamente. Por esta afirmación, es evidente que la acústica pitagórica, al menos en la escuela tarentina, trata de medir y entender numéricamente el movimiento que se presenta al emitirse un sonido.

Según sostiene María Timpanaro en su comentario a estos textos, esta teoría del sonido como movimiento constituye una innovación fundamental. Para ella, está casi supuesto al concepto moderno de onda sonora.

Arquitas debía entender que el aire, golpeado por la cuerda (o por el soplido en el aulos), se movía, mas no sin resistencia, transportando las partículas del sonido; y llegaba al oído con varias gradaciones de fuerza, según la fuerza del golpe inicial 61.

Nuestro pensador,

tuvo que abandonar la teoría tradicional, tal vez inducido por la observación de que la misma nota podía ser producida por longitud o tensiones o capacidades diversas, y se lanzó a la búsqueda teórica de un principio que explicase la esencia del sonido independientemente de la estructura del cuerpo resonante. En un segundo momento, este principio fue reconocido en el movimiento que es condición indispensable para que se produzca sonido o rumor⁶².

Por eso, Arquitas presenta una perspectiva completamente distinta. A él no solo le interesa el sonido como cualidad, sino también que lo comprende a partir del movimiento del aire. En este sentido, el pitagórico se estaría enfrentando a la física más dominante de la antigüedad, física que tendrá como principal teórico a Aristóteles. Desgraciadamente, la nueva perspectiva no prosperó, habiéndose perdido, quizás, uno de los más grandes aportes científicos del pitagorismo. No es sino en la Edad Moder-

na en la que se replantea el problema del sonido como lo hizo Arquitas, con lo que se inauguró la acústica moderna.

Un último punto debemos analizar: la breve mención que hace el mismo Porfirio en la pág. 104 del texto citado, donde afirma:

ἔλεγον δὲ οἱ περὶ τὸν ᾿Αρχύταν ένὸς φθόγγου γίνεσθαι κατὰ τὰ συμφωνίας τὴν ἀντίληψιν τῆ ἀκοῆ⁶³.

(Dicen que es de Arquitas el que por el oído un solo sonido en la consonancia llega a ser una exigencia)

Es decir, que, cuando se da un acorde, éste se escucha, a pesar de tener dos o más sonidos, como un solo sonido. Esto presenta un problema, por cuanto, si el sonido es movimiento y los sonidos agudos son más rápidos que los graves, es lógico que se nos estarían presentando dos velocidades al mismo tiempo y que dos movimientos diferentes parecerían unificarse. Pero el hecho de que sea una exigencia (τὴν ἀντίληψιν) del oído (τῆ ἀκοῆ) le da una perspectiva distinta. La consonancia es efectivamente la manifestación de dos sonidos, pero el cognoscente sólo percibe uno y, por ello, el problema no es del fenómeno en sí, sino en cuanto es percibido, es un problema del sujeto.

En caso de no aceptarse esta explicación, se presentaría efectivamente un argumento en contra de la concepción del sonido como movimiento. Pero aún aceptándola, subsiste el problema de cómo explicar la percepción de tal fenómeno, cuestión a la que Arquitas no da respuesta.

Entre los mismos antiguos surgieron soluciones; por ejemplo, ésta, que refiere Rey:

La consonancia se explicaba porque los sonidos simultáneos, emitidos a velocidades diferentes por definición, llegaban al oído con la misma velocidad, ya que el más rápido se había retrasado hasta quedar a la velocidad del segundo⁶⁴.

Con esto terminamos nuestro rápido análisis de la sección de música de los trabajos científicos de Arquitas.

E. Otros aportes particulares

Arquitas es el típico pensador que logra resumir en sí los caracteres de un hombre que conoce, entiende y desarrolla todo el conocimiento que encuentra en su época. Por eso, hemos recorrido desde geometría hasta música, sin haber olvidado la aritmética, y aunque no conozcamos sus trabajos astronómicos, se sabe que fue un importante baluarte en este sentido.

Pero, por otro lado, se debe reconocer que detrás de todas estas ciencias está el númeroλόγος como elemento esencial para su desarrollo. Por eso, al principio considerábamos que, para el grupo de ciencias, la logística constituye el núcleo fundamental del que provienen las pautas que condicionan la posibilidad de hacer ciencia. De ahí que sea primordial un trabajo exhaustivo en aritmética, ya que ésta debía constituir la ciencia básica en el orden de las matemáticas. Mas Arquitas, por lo visto hasta el momento, no parece haber enfatizado mucho en ello; a lo sumo nos entrega las medias proporcionales, que no sólo son aplicadas a la música, sino que también son principios aritméticos elementales.

Sin embargo, la escuela tarentina debió tratar aritmética en sus más importantes puntos y, a la vez, desarrollarla hasta altos grados de complejidad. De esto nos queda un texto en el que se presenta un trabajo puramente numérico, es decir, sin plantear su aplicación a otras ciencias. Se trata de una referencia que hace Boecio, en de mus. III, 11 65, donde se habla de la proporción epimoria o superparticular. En ésta se demuestra con bastante complejidad cómo no se puede introducir un medio proporcional en una proporción del tipo citado.

Esto demuestra que no hubo un descuido respecto de la aritmética por parte de Arquitas. Más bien sucede lo contrario. La escuela tarentina constituye, como lo hemos expresado antes, una comunidad científica que trabaja en el desarrollo más profundo de la ciencia griega. Su apertura a otras comunidades filosóficas y científicas -que hemos comprobado por su estrecha relación con Platón y la Academia-, le hace tener una actitud más científica que la de cualquier otro grupo pitagórico anterior. Sus

trabajos no presentan, en lo más mínimo, la aparente sencillez de muchas de las antiguas ciencias. Son, más bien, el signo de un esfuerzo realmente extraordinario que se plasma en grandes hallazgos y en buena cantidad de teorías de primer orden para este siglo IV.

Lo que hemos analizado hasta el momento es el fruto no sólo del tesonero trabajo de Arquitas, sino también de esa serie de discípulos fieles que a su lado impulsaban el desarrollo de la ciencia. Sin embargo, ahora podemos presentar algo que es un aporte muy particular de nuestro tarentino: se trata de sus inventos, entre los que sobresale la paloma mecánica.

Arquitas, al parecer, llegó a fabricar una paloma voladora con principios mecánicos, según relata Gelio, (X 12,8)66. Tal paloma se sostenía por medio de contrapesos y se movía mediante la presión del aire encerrado en su interior. Sin embargo, esta explicación de Gelio no aclara bien el verdadero funcionamiento del mecanismo. Según nos aclara Timpanaro Cardini:

Sobre el funcionamiento de la paloma voladora de Arquitas son varias las tentativas de explicación. Desgraciadamente, los datos que poseemos son muy escasos, y cada tentativa ha tenido mucho de arbitraria⁶⁷.

Entre las explicaciones destaca la de Wilhelm Schmidt, que nos cita esta misma autora⁶⁸. Se imaginaba una paloma de madera repleta en su interior de aire comprimido, con un contrapeso disimulado.

Abierta una válvula, al salir el aire comprimido pondría de inmediato en movimiento las alas, y la paloma, que había sido hecha más ligera que el contrapeso, se elevaría hasta una rama más alta, donde se detendría⁶⁹.

Lo que nos interesa de este invento no es su funcionamiento, sino el hecho de que se le buscó una aplicación técnica al conocimiento científico. Esta paloma es el fruto de los conocimientos mecánicos y geométricos, es el esfuerzo creativo por desarrollar en forma práctica la ciencia. Arquitas, como nos recuerda Timpanaro:

Es el iniciador de aquella tendencia hacia la técnica que anduvo desarrollándose y perfeccionándose fuera de la pura exigencia práctica⁷⁰.

Esta tendencia llegará a dar interesantes frutos, como, por ejemplo, el elevador y el teatro automático de Hierón de Alejandría.

Según parece, Arquitas produjo un invento de singular significado: el cascabel y el sonajero. Además se citan la polea y el tornillo; aunque estas últimas atribuciones no parecen justificarse entre los principales biógrafos y estudiosos. De todos modos, de ser ciertas tales afirmaciones, se reafirmaría aún más la genialidad creativa del tarentino. Su espíritu práctico, posiblemente, influirá no sólo en otros inventores, sino también en el mismo Platón, a quien con su ejemplo, según opina Mondolfo,

pudiera haber influido..., impulsándolo a la invención de un despertador mecánico⁷¹.

Esa apertura técnica de la ciencia, tan propia de nuestros días, no era nada común en aquellos tiempos. Aunque los pitagóricos siempre habían tratado de proporcionar salidas empíricas a muchas de sus doctrinas, pocos o casi ninguno se interesaron por desarrollar algo más aparte de lo teórico.

El esfuerzo de Arquitas pudo ser ejemplar para su época, pero el griego era menos técnico de lo que parece y no trató de desarrollar su creatividad tanto en este campo, como en el terreno especulativo. Tal vez el pueblo que sí recogió este tipo de iniciativas fue el romano, el que con su actitud pragmática cambió, completamente, la perspectiva teoricista griega, yéndose a una acción práctica constante.

Mas lo cierto es que Arquitas se nos presenta como un personaje muy particular de la historia. Como dice Robert Baccou

ainsi, theórecien, ingénieur, philosophe, Archytas nous offre la figure d' un savant universel⁷².

Notas

1. Juan D. García B., Textos clásicos para la historia de la ciencia. México, UNAM, 1963, págs. 15-16.

- 2. José A. García J., "El pitagorismo antiguo", conclusión. En: *Estudios filosóficos*, v. 18, n. 47, 1969, pág. 83.
 - 3. Ibidem.
 - 4. D-K 47B, 1, 36.
- 5. Marcas claras de este dialecto son los vocablos: δοκοῦντι (3a per. pl. pres. ind. de δοκέω -ῶ, τοί (nom. plur. mas. del artículo) y ἐντι (3a. per. sing. pres. ind. de εἰμί)
 - 6. García Bacca, op. cit., págs. 15-16.
- 7. María Timpanaro, Pit. Test. e Fram., lo traduce como "ottime", influenciada probablemente por D-K, quien lo traslada al alemán con la palabra "Treffliche". Otra traducción italiana, de Antonio Maddalena, en I Presocratici, Testimonianze e Frammenti, Editori Laterza, 1975, repite el "ottime". García Junceda dice "el mejor conocimiento" (op. cit., pág. 83). Quizás nuestro "convenientemente" no sea tan efusivo, pero algo eficaz.
 - 8. M. Timpanaro, op. cit., pág. 362.
 - 9. D-K, 47B,4.
- 10. García Junceda, op. cit., pág. 84.
- 11. Ibid, pág. 85.
- 12. Stob. FL. IV 1, 139. Cita D-K 47B, 3.
- 13. Ibidem.
 - 14. D-K 47B, 2.
- 15. García Junceda, op. cit., pág. 109.
- 16. Abel Rey, La Ciencia en la antigüedad: La juventud de ciencia griega. México, UTEHA, 1961, pág. 215.
 - 17. Cita Rey, ibidem.
 - 18. Rey, ibidem.
- 19. Pseuderatosth. Epist. ad Ptolem (Eutoc. in Archim. III 104, 11 Heib) D-K, 4.
- 20. Abel Rey, La ciencia en la antigüedad: El apogeo de la ciencia técnica griega. México, UTEHA, 1962, págs. 177-178.
 - 21. Ibidem, pág. 179.
 - 22. Ibidem.
- 23. En Plut. *Quaest. conv.* VIII 2,1. pág. 718 E. Cita D-K 47A, 15.
 - 24. Rey, op. cit., pág. 183.
 - 25. En pág. 115. Cita Rey, op. cit., pág. 185.
 - 26. Rey, op. cit., pág. 186.
 - 27. Ibid, págs. 187-188.
 - 28. Ibid, pág. 191.
 - 29. Ibid, pág. 192.
- 30. Adolfo Salazar, *La música en la cultura griega*. México. El Colegio de México, 1954, págs. 36-37.
 - 31. Idem, pág. 399.
 - 32. D-K 47A, 16.
- 33. Ptolem, *Harm.* 1, 13, pág. 30, 9 Düring (D-K; 47A, 16).
- 34. Se entiende el género musical como el tipo de intervalos dados en los tetracordos, los que constituyen

la escala griega. En el género diatónico la διὰ τεσσάρων (cuarta) baja (la, sol, fa, mi) los intervalos, generalmente, se plantean así: De la μέση (la) a la λιχανός (sol) hay cuatro δίεσις de distancia (en lenguaje actual, sería un tono). Por otro lado, de la λιχανός a la παρυπάτη (fa) hay de nuevo cuatro δίεσις, mientras que de la παρυπάτη a la ὑπάτη (mi) hay dos διεσις (o sea medio tono). En el género cromático se presentan de esta forma: De la μέση a la λιχανός (sol b) hay seis δίεσις, de la λιχανός a la παρυπάτη dos δίεσις y, finalmente, de la παρυπάτη a la ὑπάτη se mantienen las dos δίεσις.

El género enharmónico, cuyas características eran muy alabadas, a pesar de ser poco desarrolladas, presenta estas distancias: De la μέση a la λιχανός (fa), ocho δίεσις, de la λιχανός a la παρυπάτη (fa enharmónico, o sea en el cuarto de tono abajo de fa), una δίεσις y, por último, de la παρυπάτη a la ὑπάτη, una δίεσις.

Estas distancias podían variar según la región, o el interés del intérprete. Así, se conocen el "diatónico medio" y el "relajado", además del "tenso" que fue el que describimos. En el cromático se presentaba, además del "tenso", el "hemiolio" y el "relajado". Finalmente, el enharmónico generalmente era estable.

Véase: Salazar, op. cit., págs. 392-403 (capítulo sobre los Genos y Khroai).

35. En una valoración primaria de estos cálculos, debe tomarse en cuenta que, aún para este tiempo, los griegos no contaban con un buen sistema numérico. Para designar los números se usaban las letras del alfabeto y algunos otros signos.

Esto no sólo complica la teorización matemática, sino también la retarda. Sin embargo, no fue obstáculo para que sus grandes matemáticos presentaran semejantes exactitudes, habiendo mostrado su extraordinaria capacidad racional y su gran desarrollo intelectual.

36. Citado por Salazar, pág. 579.

37. Cf. "El sistema de Pitágoras", copiado en el apéndice.

38. Salazar, op. cit. pág. 592. El término τόνοι corresponde a la introducción en la octava dórica de todas las armonías que confluían en Grecia. No se puede confundir con los τόνοι que corresponden a los modos griegos, ya que estos últimos estaban determinados por costumbres primitivas y no por una teorización rigurosa.

39. Ibid, pág. 587.

40. Salazar cita a Eratóstenes y a Dídimo como teóricos que realizan el mismo trabajo de Arquitas, plante-

ando cálculos distintos. Además se presentan otros cálculos, según el género, como, por ejemplo, el diatónico synton, el cromático malakón, etc. Cf. pág. 591.

41. M. Timpanaro, op. cit., pág. 310.

42. Platón, *La República*, Madrid, Centro de Estudios constitucionales, 1981, 349c, pág. 45.

43. Los intervalos llamados consonánticos son utilizados probablemente en todas las culturas antiguas, puesto que son de los primeros fenómenos acústicos que impresionan el oído del músico. Por eso, en la mayoría de las ocasiones, determinaron las primeras escalas musicales. Cf. A. Rey, op. cit., "El apogeo...", pág. 9.

44. Cf. D-K 44B, 6.

45. D-K 47A, 17.

46. Es particular el uso de la palabra μονάδα. Según parece no se utiliza el término sino mucho tiempo después del siglo IV. Por eso la forma de redacción depende de un autor muy posterior, probablemente Dídimo o Porfirio.

47. Porphyr. in Ptolem. harm. I. 6 pág. 107D.

48. Cf. Salazar, op. cit., pág. 584-585.

49. A. Rey, op. cit., "El apogeo...", pág. 13.

50. D-K 47B, 1.

51. D-K 47A, 18.

52. D-K 47A, 19a.

53. D-K 47B, 1, 3-5, pág. 434. Para verificar el texto completo se puede confrontar el apéndice.

54. Idem, 6-7.

55. Idem, 7-8.

56. Idem, 13-16, pág. 433.

57. Idem, 12-14, pág. 434.

58. Idem, 8-10, pág. 435.

59. Idem, 11-12.

60. Theo. Smyrn. pág. 61. 11 Hill. D-K 47A, 19a.

61. Timpanaro, op. cit., pág. 332.

62. Idem, pág. 327.

63. D-K, 47A, 18.

64. Rey, op. cit., "El apojeo...", pág. 13.

65. D-K, 47A, 19.

66. D-K 47A, 10a.

67. Timpanaro, op. cit., pág. 290.

68. Ibidem.

69. Ibidem.

70. Ibid, pág. 291.

71. Rodolfo Mondolfo, La comprensión del sujeto humano en la cultura antigua. Buenos Aires, EUDE-BA, 1968, pág. 364.

72. Robert Baccou, *Historie de la Scienze Grecque* (De Thales a Socrate) Aubier, Editions Montaigne, Paris, 1951, pág. 256.